

**ЭЛЕМЕНТЫ
ТЕОРИИ
ОПТИМАЛЬНОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ
ТЕХНИЧЕСКИХ
ИЗДЕЛИЙ**

**В. А. Игнатов, Г. Г. Маньшин,
В. В. Костановский**

**ЭЛЕМЕНТЫ
ТЕОРИИ
ОПТИМАЛЬНОГО
ОБСЛУЖИВАНИЯ
ТЕХНИЧЕСКИХ
ИЗДЕЛИЙ**

**Под редакцией
академика АН БССР
Е. Г. КОНОВАЛОВА**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО „НАУКА И ТЕХНИКА“
Минск 1974**

6П5.2
И26
УДК 62-50.007.004.5

74-19620

Игнатов В. А., Маньшин Г. Г., Костановский В. В.
Элементы теории оптимального обслуживания технических изделий. Минск, «Наука и техника», 1974, стр. 192.

В книге рассматривается оптимальное обслуживание технических изделий в зависимости от их фактического состояния; анализ надежности элементов и устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах; оптимизация индивидуальных и групповых профилактических обслуживаний элементов и устройств при комплексном учете технико-экономических характеристик; составление оптимального регламента технического обслуживания систем, адаптивного к их фактическому состоянию.

Рассчитана на научных сотрудников и инженерно-технических работников, занимающихся проектированием, производством и эксплуатацией технических изделий, может быть полезна преподавателям, аспирантам и сотрудникам вузов.

Таблиц 17. Иллюстраций 63. Библиографий — 50 названий.

Рецензенты:

кандидат технических наук А. Ф. Верлань,
кандидат технических наук Е. Ю. Барзилович

И $\frac{03131-056}{M316-74}$ 118-74

© Издательство «Наука и техника», 1974.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время при эксплуатации различного рода технических изделий календарные и регламентные формы технического обслуживания уступают место более прогрессивным формам обслуживания — обслуживанию в зависимости от фактического состояния изделий. В периодической печати все больше появляется статей, посвященных этой проблеме. Однако до сих пор в систематизированном виде еще не излагались научные основы оптимизации технического обслуживания по фактическому состоянию.

Предлагаемая книга является одной из первых монографий, посвященных проблеме обслуживания изделий в зависимости от их фактического состояния. В ней рассматриваются основные элементы теории оптимизации обслуживания технических изделий в зависимости от их фактического состояния, показывается четкая взаимосвязь работ по контролю технического состояния изделий, их профилактическому обслуживанию и аварийному ремонту, роль и место этих работ в решении общей проблемы оптимизации обслуживания изделий в зависимости от их фактического состояния.

Дан анализ надежности элементов и устройств, которые эксплуатируются в случайных стационарных и нестационарных режимах, предлагаются и исследуются различные модели оптимизации индивидуальных и групповых профилактических обслуживаний элементов и устройств при комплексном учете технико-экономических характеристик. Предлагается методика составления оптимального регламента технического обслуживания систем, адаптивного к их фактическому состоянию.

В книге использованы оригинальные результаты, полученные авторами в последние годы, часть которых была опубликована в периодической печати [13, 20—26].

Книга состоит из пяти глав основного текста и пяти приложений. В первой главе показаны основные задачи, которые необходимо решать при оптимизации ТО изделий в зависимости от их фактического состояния. В предлагаемой книге рассматриваются методы решения следующих задач этой проблемы:

1) вероятностный анализ надежности элементов и устройств сложных систем, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах;

2) оптимизация индивидуальных и групповых профилактических обслуживаний элементов и устройств при комплексном учете технико-экономических характеристик;

3) построение оптимального регламента технического обслуживания изделий в зависимости от их фактического состояния.

Во второй главе рассматриваются вопросы вероятностного анализа надежности элементов, необслуживаемых и обслуживаемых устройств, а также устройств с послепрофилактическими отказами, которые эксплуатируются при воздействии случайных стационарных и нестационарных режимов. В третьей главе подробно изложены вопросы оптимизации индивидуальных профилактических замен элементов и профилактического обслуживания устройств с ограничениями и без ограничений при комплексном учете технико-экономических характеристик.

В четвертой главе приведено решение основных задач оптимизации групповых профилактических замен элементов и профилактического обслуживания устройств при комплексном учете технико-экономических характеристик при постоянстве режима эксплуатации.

В пятой главе предлагается методика составления оптимальных регламентов ТО сложных систем, адаптивных к их фактическому состоянию. Пример оптимизации ТО типового связного передатчика, применяемого в гражданской авиации в зависимости от его фактического состояния, рассматривается в шестой главе. В первом приложении изложены вопросы приближенного определения моментов и закона распределения функции нескольких

случайных величин, во второе приложение вынесены вспомогательные коэффициенты аналитических выражений второй главы, в третьем, четвертом и пятом приложениях предлагаются три комплекса программ на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1», играющих роль машинного математического обеспечения для решения задач рассматриваемого класса. Эти программы позволяют значительно упростить проведение вероятностного анализа надежности элементов и устройств и оптимизацию ТО систем в зависимости от их фактического состояния.

В книге дано большое число примеров, различных иллюстративных графиков, инженерных алгоритмов и номограмм, назначение которых облегчить читателю знакомство с основными положениями теории оптимизации технического обслуживания изделий «по фактическому состоянию».

Принята следующая система нумерации: для параграфов — двоичная (первая цифра указывает номер главы, вторая — номер параграфа этой главы); для рисунков и таблиц — троичная (первая цифра указывает номер главы, вторая — номер параграфа, третья — номер рисунка или таблицы). В приложении первая цифра заменена буквой П.

Авторы выражают благодарность А. М. Ярмоленко и В. В. Уланскому за помощь при составлении программ для ЭЦВМ «Мир-1», а также работникам НИО Киевского института инженеров гражданской авиации И. Ф. Шевченко, Н. Т. Макашевой и М. И. Бондарь за помощь, оказанную при подготовке рукописи к изданию. Авторы также весьма признательны рецензентам кандидатам технических наук Е. Ю. Барзиловичу и А. Ф. Верлань за ряд ценных и полезных замечаний.

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

ТО	— техническое обслуживание
ПО	— профилактическое обслуживание
ПЗ	— профилактическая замена
КР	— контроль работоспособности
АР	— аварийный ремонт
м. о.	— математическое ожидание
с. к. о.	— среднеквадратическое отклонение
КТИ	— коэффициент технического использования
УЭР	— удельные эксплуатационные расходы
СНР	— случайный нестационарный режим
ОПР	— обобщенное показательное распределение
ТЭХ	— технико-экономическая характеристика
ТЭП	— технико-экономический показатель
ППО	— послепрофилактический отказ
ЭР	— эксплуатационные расходы
ВЦ	— вычислительный центр

ХАРАКТЕРИСТИКА, ОСОБЕННОСТИ И ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФАКТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ

1.1. Характеристика задач технического обслуживания изделий

В этом параграфе дается краткая характеристика основных терминов и задач технического обслуживания (ТО) изделий [12].

Наиболее общим широко используемым во всех отраслях промышленности является понятие изделия. К изделиям относят все виды промышленной продукции: системы и их элементы, сооружения, машины, аппараты, приборы и их части, агрегаты, узлы, детали и т. п. В зависимости от уровня сложности различаются три вида изделий: система, элемент, устройство. Система — это совокупность совместно действующих объектов, предназначенная для самостоятельного выполнения определенного задания; элемент — часть системы, которая выполняет определенные функции; устройство — совокупность элементов, выполняющая в системе одну из основных функций. Примером системы может служить связанная радиостанция, в которой роль устройств играют передатчик, приемник, возбудитель; роль элементов — сопротивления, конденсаторы, катушки индуктивности, электровакуумные и полупроводниковые приборы и т. д.

Техническое обслуживание (ТО) — это совокупность работ по осмотру, проверке, контролю, устранению неисправностей, отказов. Конечная цель любого ТО заключается в том, чтобы вернуть изделию утраченные в процессе эксплуатации свойства и даже по возможности их улучшить. При ТО решаются следующие задачи: конт-

роль технического состояния изделий, аварийный (восстановительный) ремонт, профилактическое обслуживание изделий и работы, связанные с подготовкой оборудования к применению.

Под контролем технического состояния понимают процесс приема, обработки и получения информации, который позволяет оценивать соответствие состояния изделия предъявляемым ему требованиям и обеспечивать принятие решения или выдачу управляющих воздействий. По виду решаемой задачи различают контроль функционирования — контроль выполнения объектом своих функций без их количественной оценки; контроль работоспособности — допусковый или количественный контроль определяющих параметров; диагностический, осуществляемый с целью определения места отказа; прогнозирующий, осуществляемый с целью предсказания состояния объекта или его отдельных узлов в будущем; профилактический, проводимый для обнаружения замены элементов системы, параметры которых близки к предельно допустимым значениям [50, 51, 52].

Аварийный, или восстановительный, ремонт (текущее техническое обслуживание) предусматривает выполнение операций, направленных на приведение изделия в работоспособное состояние после того, как нарушилось выполнение одной или нескольких существенных функций изделия.

Профилактическое обслуживание выполняется с целью поддержания изделия в исправном состоянии, предупреждения постепенных отказов при работе и продлении его ресурса. В настоящее время весьма перспективным методом профилактического обслуживания различного рода технических изделий становится метод обслуживания в зависимости от их фактического состояния. Однако следует заметить, что существующие технические изделия к такому виду обслуживания не всегда могут быть приспособлены, так как он требует довольно развитой системы контроля работоспособности основных параметров.

1.2. Особенности задач анализа надежности и технического обслуживания изделий

При решении любых задач анализа надежности и технического обслуживания изделий одной из основных проблем, которую необходимо постоянно решать, является получение достаточно представительной исходной статистической информации об интенсивностях отказов, о стоимостях и продолжительностях работ по контролю технического состояния, аварийного ремонта, профилактического обслуживания и т. п. В условиях эксплуатации, а тем более при проектировании часть необходимых данных может быть известна неточно или полностью отсутствовать. В этом случае задачи надежности и технического обслуживания изделий решаются в условиях частичной или полной неопределенности.

Получение или обработка исходной статистической информации зачастую затрудняется из-за воздействия на технические изделия различного рода случайных стационарных и нестационарных режимов. К ним относятся изменение температуры окружающей среды, влажности воздуха и атмосферного давления; воздействие вибраций, различных механических, электрических и электрохимических нагрузок; влияние проникающей радиации и значительных доз радиоактивного облучения и многих других факторов. Оборудование, которое функционирует при неизменных или слабоменяющихся условиях эксплуатации (на земле), характеризуется воздействием случайных стационарных режимов. При работе изделий на морских судах, наземном транспорте и летательных аппаратах, т. е. при изменяющихся условиях эксплуатации, влияние режимов становится случайным нестационарным.

Таким образом, особенностью решения задач надежности и ТО изделий является определение их характеристик при воздействии случайных стационарных и нестационарных режимов по малому объему исходной статистической информации. Поэтому необходимо развитие таких вероятностных методов анализа, которые позволяли бы, учитывая эти особенности, довольно просто получать оценку характеристик надежности и ТО изделий. В данной работе в качестве такого метода применяется

метод квантования и марковской аппроксимации, разработанный в 1965—1968 гг. и получивший дальнейшее развитие в последние годы [1—3].

1.3. Вопросы выбора определяющих параметров изделий и получения исходных статистических данных

Параметры элементов, устройств и систем, которые учитывают при расчете характеристик надежности и технического обслуживания, в дальнейшем называются определяющими, соответственно внутренними, выходными и обобщенными. Например, для радиосвязной станции определяющими обобщенными параметрами являются дальность действия, нестабильность частоты, выходными — мощность передатчика, чувствительность приемника, внутренними — параметры сопротивлений, конденсаторов, ламп.

Выбор определяющих параметров изделий в настоящее время основывается на параметрах физических процессов, проходящих в изделиях, на параметрах проходящих сигналов. Так, например, радиоэлектронная аппаратура в настоящее время характеризуется следующими определяющими параметрами: параметры выходных и входных сигналов (амплитуда, длительность импульсов, несущая частота сигналов, мощность); параметры физических процессов, происходящих в объектах (напряжение, пульсации источников питания, селективирующие импульсы); параметры, не несущие запаса энергий (коэффициенты шума, коэффициент «стоячей» волны, входные и выходные сопротивления); передаточные функции и переходные функции [50].

При анализе надежности и оптимизации ТО изделий, эксплуатируемых в стационарных и нестационарных режимах, используются марковские однородные и неоднородные модели реальных случайных процессов ухудшения определяющих параметров изделий [1, 3—12]. Исходными статистическими данными для этих моделей являются порядковые статистики, определяющие законы распределения времени пребывания марковской системы в том или ином состоянии, например времени ухудшения определяющего параметра на величину кванта, времени

работы изделия до появления внезапного отказа; времени проведения аварийного ремонта, профилактики или других видов ТО. Оценки параметров математических моделей анализа и оптимизации по сути дела сводятся к оценке параметров этих законов. Следовательно, для оценки параметров применяемых моделей можно использовать все известные методы математической статистики: метод максимального правдоподобия, метод моментов, метод квантилей и комбинированные методы [12].

1.4. Особенности задач оптимизации ТО в зависимости от фактического состояния изделий

Основной задачей ТО является обеспечение высокого качества функционирования изделий при минимальных эксплуатационных расходах на обслуживание. Поэтому при ТО необходимо определение таких последовательностей, сроков и объемов контроля технического состояния и профилактического обслуживания изделий, которые позволяли бы удовлетворять этим условиям, т. е. необходимо определение оптимальных сроков и объемов проведения всех видов работ по обслуживанию изделий. Все это должно найти свое отражение при построении оптимального регламента технического обслуживания.

При функционировании конкретного изделия его техническое состояние и условия эксплуатации на различных периодах времени имеют вполне определенный, типичный только для этого изделия вид. Поэтому после составления общего оптимального регламента для всех изделий данного типа необходимо проводить регулярную корректировку регламента для каждого изделия, ориентируясь на его техническое состояние и условия эксплуатации. Это позволяет создавать оптимальный регламент для каждого изделия данного класса, регламент будет адаптивным к фактическому состоянию изделия в течение всего периода эксплуатации. Естественно, подобная корректировка регламента возможна только при использовании результатов регулярного оптимального контроля работоспособности изделия в целом.

Следовательно, для каждого типа изделий перед началом эксплуатации должен составляться оптимальный

регламент ТО, который в дальнейшем необходимо постоянно уточнять для каждого конкретного изделия в зависимости от его фактического состояния.

1.5. Общая классификация задач оптимизации ТО изделий в зависимости от их фактического состояния

По существу все известные методы технического обслуживания изделий в той или иной мере являются методами ТО по состоянию [50]. Основное отличие этих методов только в том, какими факторами и какими характеристиками определяют состояние изделия. Если состояние характеризуется наработкой, то имеет место ТО по наработке (удовлетворяется ограничение по допустимому значению вероятности безотказной работы); если состояние определяется структурой изделия, его назначением, условиями использования, технико-экономическими характеристиками (ТЭХ) — можно говорить об оптимальном ТО, если состояние определяется условиями отказа — ТО вырождается в аварийные ремонты.

Важнейшей задачей, лежащей за рамками формального логического анализа, является определение перечня изделий, которые необходимо менять по наработке, оптимально или после отказа. По-видимому, такой перечень должен составлять инженерно-технический состав высокой квалификации с учетом тактико-технических требований к изделию, последствий отказов, экономических характеристик, структуры системы, в которую входит изделие, и ее эксплуатационной технологичности, особенностей планирования поставок и хранения запасных изделий и т. п.

Взаимосвязь различных задач ТО сложных изделий показана на рис. 1. Схема не требует особых пояснений. Важно указать, что класс задач, в котором состоят системы, определяет ТЭХ и является наиболее общим. Из него как частный случай следуют классы задач ТО по наработке и после отказа. На рисунке этот класс обозначен штриховой линией. Он включает задачи контроля и прогнозирования работоспособности изделий, оптимизации профилактических замен однотипных элементов и ПО однотипных устройств, оптимизации ПЗ и ПО для

разнотипных элементов и соответственно устройств и составление общего оптимального регламента системы.

Рассмотрим необходимое условие оптимизации, укажем общие особенности и характеристики задач, выберем ТЭХ ТО. Необходимыми условиями оптимизации ТО являются наличие статистической информации о процессе управления и возможность выбора стратегий обслуживания. Если эти условия не выполняются, то проведение оптимизации ТО невозможно.

В роли критериев оптимальности (целевых функций и функционалов) для системы целесообразно выбирать критерий надежности и экономические характеристики.

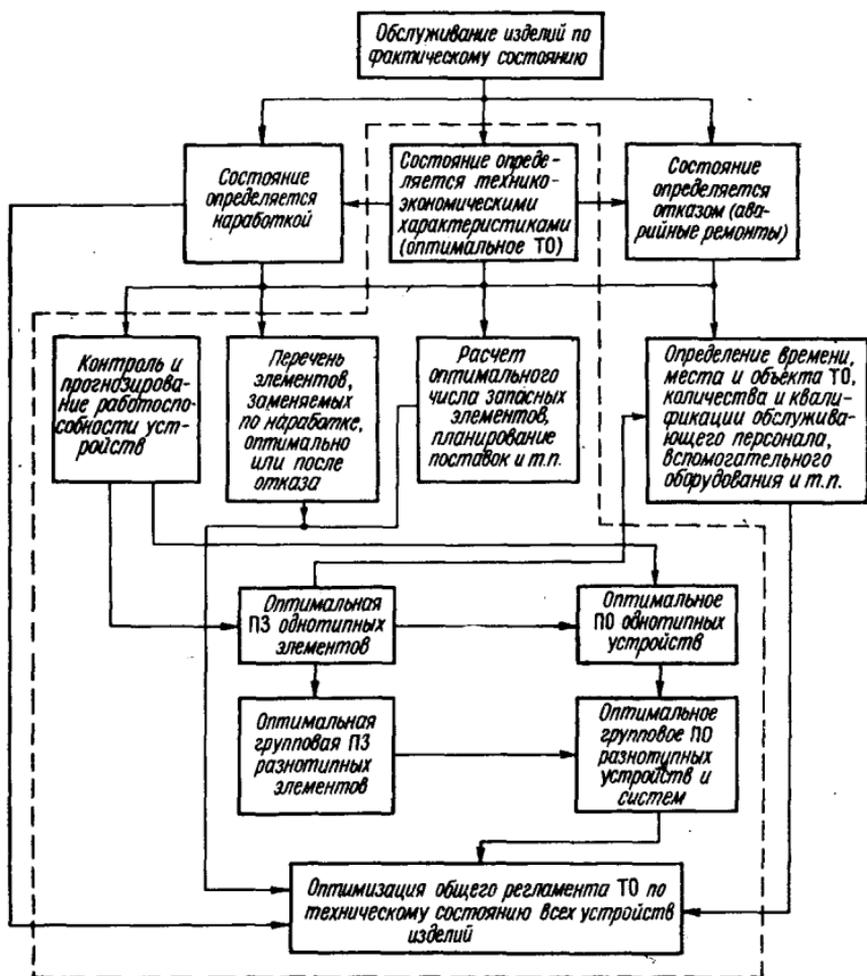


Рис. 1.5.1. Взаимосвязь задач ТО сложных изделий

Такими критериями могут быть коэффициенты технического использования, удельные эксплуатационные расходы и т. п. В зависимости от того, какие функции являются целевыми, а какие играют роль ограничений, можно различать прямую и обратную задачи оптимизации ТО. Если максимизируется характеристика надежности, а в роли ограничений выступают экономические показатели, имеет место прямая постановка задачи. Если минимизируется экономический показатель при условии обеспечения заданной надежности, имеет место обратная постановка.

После формализации задачи ТО являются типичными задачами теории математического программирования, поэтому для их решения применимы все методы теории: классические методы поиска экстремумов функций и функционалов (в том числе и учитывающие ограничения), методы линейного, нелинейного, динамического и дискретного программирования, вероятностные итеративные методы, стохастическая аппроксимация и др.

Результаты решения оптимальных задач, кроме оптимальных значений управляемых переменных, должны содержать и технико-экономические показатели оптимизации: экономическую или техническую эффективность оптимизации — выигрыш от оптимизации, выраженный через относительное приращение целевой функции, экономический эффект от оптимизации ТО одного изделия, годовой экономический эффект от оптимизации ТО всего парка изделий и т. п. Это позволяет легко определить степень целесообразности перехода на оптимальное ТО.

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И УСТРОЙСТВ, ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ В СЛУЧАЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ

2.1. Постановка задач главы

Анализ надежности устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах, является одной из основных проблем статистической теории эксплуатации технических изделий. Решение этой проблемы позволяет существенно повысить надежность функционирования изделий и снизить эксплуатационные расходы.

До последнего времени были хорошо развиты методы построения моделей надежности необслуживаемых и обслуживаемых устройств, эксплуатируемых в стационарных режимах, с учетом только внезапных или постепенных отказов. Исследованием таких моделей занимались отечественные и иностранные ученые: А. И. Берг, Н. Г. Бруевич, Б. В. Гнеденко, Б. С. Сотсков, Я. Б. Шор, Х. Б. Кордонский, И. Б. Герцбах, Г. В. Дружинин, Д. Ллойд, М. Липов, Д. Кокс, Б. Флехингер и другие [16, 17, 28, 29].

Однако на практике в основном приходится встречаться с взаимосвязанным появлением внезапных и постепенных отказов. Построением и исследованием наиболее общих моделей, учитывающих взаимосвязанное появление внезапных и постепенных отказов, занимался Б. В. Васильев [18].

Математические модели надежности, рассматриваемые в данной главе, построены с помощью метода квантования и марковской аппроксимации случайных про-

цессов определяющих параметров [1—3]. Сущность этого метода заключается в том, что с помощью квантования по уровню случайной функции, характеризующей изменение во времени определяющего параметра изделия, реальный процесс ухудшения качества моделируется дискретным процессом. Аналитические зависимости от времени вероятностных характеристик надежности определяют из решения систем дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова, описывающих динамику исследуемого процесса. Их решение позволяет получить аналитические выражения для характеристик надежности как обслуживаемых, так и необслуживаемых устройств [2—5]. Для нахождения конечных результатов не требуется знания всех вероятностных характеристик случайных функций, необходима лишь статистическая оценка интенсивностей пересечения рассматриваемыми случайными функциями фиксированных уровней квантования. Это существенно сокращает объемы и виды исходной статистики.

При анализе надежности изделий, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах (СНР), необходимо исследовать случайные процессы, протекающие в случайных нестационарных условиях, и следовательно, требуется разрабатывать методы таких исследований. Во второй главе рассматриваются некоторые из этих методов.

Предполагается, что параметры режима эксплуатации и зависимости интенсивностей марковских моделей от этих параметров определены вероятностными или статистическими методами. По этой исходной информации требуется отыскать моменты и законы распределения характеристик надежности элементов обслуживаемых и необслуживаемых устройств: вероятности безотказной работы, плотности этой вероятности, математического ожидания и дисперсии времени безотказной работы, коэффициента готовности, коэффициента простоя, коэффициента простоя на ремонте, коэффициента простоя на профилактическом обслуживании, вероятности исправной работы и др.

Решение задач проводится в два этапа. На первом этапе с помощью марковских неоднородных моделей определяются аналитические выражения характеристик надежности; на втором находятся моменты и законы рас-

предела эти характеристики с использованием квадратичной аппроксимации функций нескольких случайных величин и разложение плотности распределения в ряд Грамма-Шарлье (см. Приложение 1).

2.2. Модели режимов эксплуатации и интенсивностей марковских процессов

Исходными статистическими данными вероятностного анализа надежности устройств являются интенсивности марковских моделей, т. е. интенсивности внезапных отказов и интенсивности ухудшения параметров [24]. Эти интенсивности в значительной степени зависят от параметров режимов функционирования устройств, например, температуры, давления, влажности, вибраций и т. д. [42].

Существующие методы определения таких зависимостей имеют серьезные недостатки: учитываются не все даже основные параметры режимов, используются только одномерные или двумерные функции, эмпирические зависимости различны по аналитической форме и совершенно не учитывают динамику режимов функционирования — изменения температуры, давления, влажности.

В этом параграфе предлагаются относительно простые многопараметрические аналитические формы описания зависимостей интенсивностей от параметров режимов эксплуатации, которые к тому же позволяют учесть их случайную динамику [28].

Сущность излагаемого метода заключается в том, что используется разложение в ряд Тейлора в окрестности точки, соответствующей номинальным значениям параметров режимов, и текущие значения аргументов рассматриваются как случайные процессы.

Эксперименты показывают [44], что интенсивность является аналитической функцией Y параметров режимов X_1, X_m , т. е. в области определения $[a_1 \leq X_1 \leq b_1, a_m \leq X_m \leq b_m]$ она имеет производные всех порядков. Поэтому функцию $Y(X_1, X_m)$ с учетом независимости параметров режима всегда можно разложить в ряд Тейлора в окрестности точки (X_{10}, X_{m0}) , соответствующей номинальным значениям параметров:

$$\begin{aligned}
Y(\overline{X_1}, \overline{X_m}) = & Y(\overline{X_{10}}, \overline{X_{m0}}) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial Y(\overline{X_{10}}, \overline{X_{m0}})}{\partial X_i} (X_i - X_{i0}) + \\
& + \frac{1}{2!} \left[\sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 Y(\overline{X_{10}}, \overline{X_{m0}})}{\partial X_i^2} (X_i - X_{i0})^2 + \right. \\
& \left. + 2 \sum_{i < j} \sum \frac{\partial^2 Y(\overline{X_{10}}, \overline{X_{m0}})}{\partial X_i \partial X_j} (X_i - X_{i0})(X_j - X_{j0}) \right] + \dots
\end{aligned}
\tag{2.2.1}$$

Условию независимости легко удовлетворить, если параметр X_i является функцией от параметра X_h .

Для практических расчетов необходимо использовать отрезок ряда Тейлора с таким числом членов, которое обеспечивает заданную погрешность аппроксимации. Так как точность исходных статистических данных при определении интенсивности отказов составляет (10—15%), то погрешность может быть равной (2—5%). Такой порядок погрешности имеет отрезок ряда Тейлора, состоящий из первых трех, реже четырех членов.

Пример 2.2.1. Зависимость интенсивности отказов миниатюрных триодов от нестабильности температуры колбы $X = \frac{T}{T_n}$ на интервале (0,9—1,2) описывают степенью 5,5

$$\lambda(X) = \lambda_0 X^{5,5}. \tag{2.2.2}$$

Разложение $\lambda(X)$ в ряд Тейлора в окрестностях точки $X_0 = 1,0$ и использование первых трех членов приводит к погрешности не более 4,6%

$$\lambda(X) = \lambda_0 [1 + 5,5(X - 1) + 12,375(X - 1)^2 + \dots]. \tag{2.2.3}$$

Таким образом, отрезок ряда Тейлора практически обеспечивает требуемую точность аппроксимации зависимостей интенсивностей отказов от параметров режима.

Динамика изменения параметра режима функционирования технического изделия описывается случайным процессом. Этот процесс в рамках корреляционной тео-

рии можно представить в неканонической форме В. И. Чернецкого [40]

$$X(t) = m_x(t) + A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t, \quad (2.2.4)$$

где $m_x(t)$ — математическое ожидание (м.о.) случайного процесса; $A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t$ — стационарный случайный процесс, параметры которого A_1 , A_2 и ω являются независимыми случайными величинами; $M[A_1] = M[A_2] = 0$, а закон распределения ω определяется корреляционной функцией.

Функцию $m_x(t)$ можно задавать как в аналитической, так и в табличной форме. Для упрощения вида $m_x(t)$ целесообразно аппроксимировать ее обобщенным полиномом с коэффициентами Фурье меньшего порядка, обладающим наименьшим квадратическим отклонением по сравнению с другими полиномами того же порядка [48].

Так как интенсивности марковских процессов являются коэффициентами дифференциальных уравнений, очевидно, что возможности исследования нестационарных режимов ограничены возможностями решения дифференциальных уравнений со случайными переменными коэффициентами довольно сложной структуры. Ясно, что общие случаи, в которых учитываются несколько параметров режима, должны изучаться с помощью вычислительных машин.

Из (4) следует, что проблему учета воздействия нестационарных режимов эксплуатации на работу устройств можно подразделить на четыре этапа. На первом этапе при минимальном объеме исходной статистики целесообразно в качестве оценок параметра режима использовать постоянные значения $X(t) = m$. Если известен закон изменения параметра, то решаются задачи второго этапа, где оценкой параметра режима выступает детерминированная функция времени $X(t) = m(t)$. На третьем этапе, когда информация о режиме обширна, но математическое ожидание параметра постоянно, параметр режима описывается стационарным случайным процессом

$$X(t) = m + A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t. \quad (2.2.5)$$

И самыми сложными являются задачи четвертого этапа, когда полностью учитывается нестационарность ре-

жима эксплуатации (переменное математическое ожидание и случайность коэффициентов A_1 и A_2).

При решении задач надежности устройств следует также учитывать случайную природу оценок параметров парабол в зависимостях интенсивностей марковских моделей от параметров режима, т. е. случайность оценки производных в ряде Тейлора (1).

Итак, в данном параграфе рассмотрена достаточно общая аналитическая форма для описания зависимостей интенсивностей отказов от параметров режимов функционирования, позволяющая учесть их случайную динамику. Предложены математические модели изменения параметров режимов, в которых учитывается случайный нестационарный характер условий эксплуатации. Полученные результаты могут найти применение при анализе надежности технических изделий, функционирующих в случайных динамических режимах.

2.3. Модели надежности элементов и необслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах

Рассмотрим общую неоднородную марковскую модель надежности элементов и устройств, эксплуатируемых в СНР, и исследуем частные модели надежности при гармоническом воздействии режима с учетом и без учета старения [24].

Для построения общей модели надежности используем марковскую модель на три состояния, граф которой

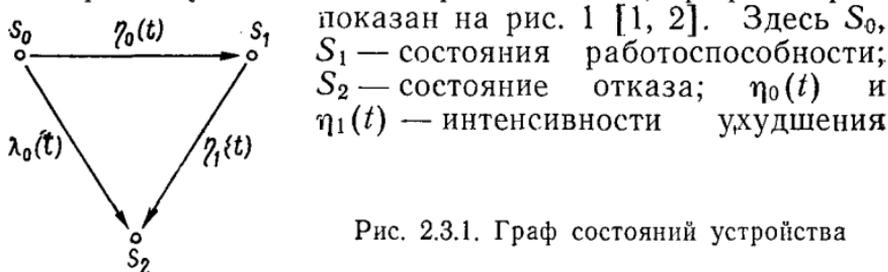


Рис. 2.3.1. Граф состояний устройства

определяющего параметра элемента (необслуживаемого устройства) или постепенных отказов; $\lambda_0(t)$ — интенсивность внезапных отказов.

Как следует из параграфа 2.2, интенсивности $\eta_0(t)$, $\eta_1(t)$ и $\lambda_0(t)$ в общем случае являются случайными функциями времени. Система стохастических дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова с переменными коэффициентами, описывающая граф, имеет вид

$$P_0'(t) = -[\eta_0(t) + \lambda_0(t)] P_0(t), \quad (2.3.1)$$

$$P_1'(t) = \eta_0(t) P_0(t) - \eta_1(t) P_1(t)$$

или при

$$\eta_0(t) = a_1(t), \quad \eta_1(t) = a_2(t), \quad \lambda_0(t) = a_0(t)$$

$$P_0'(t) = -[a_0(t) + a_1(t)] P_0(t), \quad (2.3.1a)$$

$$P_1'(t) = a_1(t) P_0(t) - a_2(t) P_1(t).$$

Применяя условие нормировки

$$P_2(t) = 1 - P_0(t) - P_1(t), \quad (2.3.2)$$

определяется общее решение системы (1)

$$P_0(t) = C_0 \exp\{-\int [\eta_0(t) + \lambda_0(t)] dt\}, \quad (2.3.3)$$

$$P_1(t) = C_0 \int \eta_0(t) \exp\{-\int [\eta_0(t) + \lambda_0(t)] dt\} dt + \\ + C_1 \exp[-\int \eta_1(t) dt], \quad (2.3.4)$$

где C_0 и C_1 находятся из начальных условий $P_0(0) = P_0$, $P_1(0) = P_1$, тогда $C_0 = P_0$, $C_1 = P_1$.

По вероятностям пребывания элемента (устройства) в отдельных состояниях определяются основные характеристики надежности.

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = P_0(t) + P_1(t). \quad (2.3.5)$$

Плотность распределения этой вероятности

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda_0(t) P_0(t) + \eta_1(t) P_1(t). \quad (2.3.6)$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (2.3.7)$$

Среднее время и дисперсия времени безотказной работы

$$T_0 = \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad (2.3.8)$$

$$D_T = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T_0^2. \quad (2.3.9)$$

В (3) — (4) решения системы дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова со стохастическими переменными коэффициентами выражены в квадратурах, так как точное решение с помощью элементарных функций получить невозможно. Интеграл (4) является разрешимым только для случая кратных интенсивностей. В остальных случаях целесообразно получение приближенных аналитических решений и применение различных численных методов [48].

Рассмотрим решение системы (1) при случайном гармоническом воздействии параметра режима и кратных линейных зависимостях интенсивностей марковских моделей от этого режима

$$\lambda_0(t) = a_0 S(t), \quad \eta_0(t) = a_1 S(t), \quad \eta_1(t) = a_2 S(t), \quad (2.3.10)$$

где

$$S(X) = C_0 + C_1 X, \quad X(t) = b_0 + b \sin \Omega t + \\ + A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t, \\ S(t) = C_0 + C_1 (b_0 + b \sin \Omega t + A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t). \quad (2.3.11)$$

После вычисления интегралов (3) и (4) получим

$$P_0(t) = e^{-(a_0+a_1)\theta(t)}, \quad P_1(t) = \frac{a_1}{\alpha} [e^{-(a_0+a_1)\theta(t)} - e^{-a_2\theta(t)}], \quad (2.3.12)$$

где

$$\theta(t) = (C_0 + C_1 b_0)t + C_1 \left[\frac{1}{\omega} (A_2 \sin \omega t - A_1 \cos \omega t + A_1) + \right. \\ \left. + \frac{b}{\Omega} (1 - \cos \Omega t) \right]. \quad (2.3.13)$$

Тогда основные характеристики качества имеют следующий вид (при $\alpha = a_2 - a_0 - a_1$):

вероятность безотказной работы находится по формуле (5), плотность распределения этой вероятности имеет вид

$$f(t) = S(t) [a_0 P_0(t) + a_2 P_1(t)], \quad (2.3.14)$$

а интенсивность отказов определяется из (7).

Так как в выражении (1) для нормированной интенсивности марковских процессов A_1 , A_2 и ω являются случайными величинами, то и характеристики надежности представляют собой функции этих случайных величин. Для определения моментов и законов распределения характеристик надежности используются приближенные формулы, рассмотренные в Приложении 1.

Для вычисления среднего времени T_0 и дисперсии времени безотказной работы σ_i^2 используем формулу численного интегрирования, обеспечивающую высокую точность [37]

$$\int_0^{\infty} x^s e^{-x} f(x) dx = \sum_{k=0}^m N_k f(x_k). \quad (2.3.15)$$

Тогда аналитические выражения для м.о. T_0 и σ_i^2 имеют следующий вид: при

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 &= \beta_0 \\ m(T_0) &= \frac{1}{\alpha B_0} \sum_{i=0}^4 N_i \left(\frac{a_2 - a_0}{\beta_0} \exp \left\{ \frac{\beta_0 B_1}{\Omega} \times \right. \right. \\ &\times \left[\cos \left(\frac{\Omega x_i}{B_0 \beta_0} \right) - 1 \right] \left. \right\} - \frac{a_1}{a_2} \exp \left\{ \frac{a_2 B_1}{\Omega} \times \right. \\ &\times \left. \left. \left[\cos \left(\frac{\Omega x_i}{a_2 B_0} \right) - 1 \right] \right\} \right), \end{aligned} \quad (2.3.16)$$

где

$$\begin{aligned} x_0 &= 0; \quad x_1 = 0,743; \quad x_2 = 2,572; \quad x_3 = 5,73; \\ x_4 &= 10,95; \quad N_0 = 0,2; \quad N_1 = 0,601; \quad N_2 = 0,1257; \\ N_3 &= 0,01294; \quad N_4 = 0,1201 \cdot 10^{-3}; \end{aligned}$$

$$m[\sigma_i^2] = \frac{1}{\alpha B_0} \sum_{i=1}^4 N_i \left(\frac{a_2 - a_0}{\beta_0^2} \left[B_0 + B_1 \sin \left(\frac{\Omega x_0}{B_0 \beta_0} \right) \right] \right) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left\{ \frac{\beta_0}{\Omega} B_1 \left[\cos \left(\frac{\Omega x_i}{\beta_0 B_0} \right) - 1 \right] \right\} - \frac{a_1}{a_2^2} \left[B_0 + \right. \\ & \left. + B_1 \left(\frac{\Omega x_i}{a_2 B_0} \right) \right] \exp \left\{ \frac{a_2}{\Omega} B_1 \left[\cos \left(\frac{\Omega x_i}{a_2 B_0} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 1 \right] \right\} - [m(T_0)]^2, \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

где

$$B_0 = C_0 + b_0 C_1, \quad B_1 = b C_1$$

при $r = 2, S = 3$, при $r = 3, S = 4$

$$x_1 = 1,756, N_1 = 1,860; \quad x_1 = 2,319, N_1 = 6,572;$$

$$x_2 = 4,266, N_2 = 3,357; \quad x_2 = 5,129, N_2 = 13,79;$$

$$x_3 = 8,058, N_3 = 0,764; \quad x_3 = 9,201, N_3 = 3,540;$$

$$x_4 = 13,92, N_4 = 0,0183; \quad x_4 = 15,35, N_4 = 0,0938.$$

Проведение вероятностного анализа надежности элементов и необслуживаемых устройств требует большого объема трудоемких вычислений. Для ускорения анализа необходимо проводить вычисления на ЭЦВМ «Мир-1» по программам ПВ-МПРФ-1 (см. Приложение 3) и ВАН-ЭНУ-К1 (см. Приложение 4).

Пример 2.3.1. Проведем вероятностный анализ надежности необслуживаемого устройства при случайном воздействии температуры окружающей среды $T(t)$ и линейной зависимости нормированной интенсивности $S(t)$ от $T(t)$. Исследуем два случая воздействия: $T(t)$ — стационарное ($b=0$) и нестационарное ($b \neq 0$). Предполагается, что марковские модели характеризуются следующими данными:

$$a_0 = 0,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}; \quad a_1 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}; \quad a_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}; \quad C_0 = 1;$$

$$C_1 = 0,02 \text{ град}^{-1}; \quad b_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}; \quad b = 15 \text{ }^\circ\text{C}; \quad \Omega = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$T = 10^5 \text{ ч}; \quad m(A_0) = m(A_1) = 0; \quad \sigma(A_0) = \sigma(A_1) = 2,5 \text{ }^\circ\text{C};$$

$$\sigma(\omega) = 3,14 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}.$$

Используя программу ВАН-ЭНУ-К1, определяем характеристики надежности $P(t)$, $f(t)$, $\Lambda(t)$, T_0 и σ_i^2 на уровне

Таблица 2.3.1

Характеристика $T(t)$	$\frac{T_0}{T}$	$\frac{\sigma_t}{T}$	$\frac{\sigma^2_t}{T}$
Постоянная	0,839	2,605	6,793
Изменяется по гармоническому закону	0,762	2,625	6,900

м.о., а затем с помощью программы ПВ-МПРФ-1 получим моменты и плотность распределения $\Lambda(t)$ при стационарном и нестационарном воздействии $T(t)$.

В табл. 1 показаны значения среднего времени, среднеквадратичного отклонения (с.к.о.) и дисперсии времени безотказной работы на уровне м.о.

На рис. 2—5 изображены графики характеристик надежности штриховыми линиями при стационарном воздействии температуры и сплошными — при нестационарном.

Графики вероятности безотказной работы и плотности этой вероятности на уровне м.о. приведены на рис. 2, 3.

Рассмотрим $m[\Lambda(t)] = 1,3$ и с.к.о. $\sigma[\Lambda(t)]$ интенсивности отказов (рис. 4). На рис. 5 показаны графики коэффициентов вариации $V[\Lambda(t)] = 1,3$ и эксцесса $E[\Lambda(t)] = 2,4$ интенсивности отказов. Асимметрия $A[\Lambda(t)]$ равна нулю. На рис. 6 и 7 изображены графики

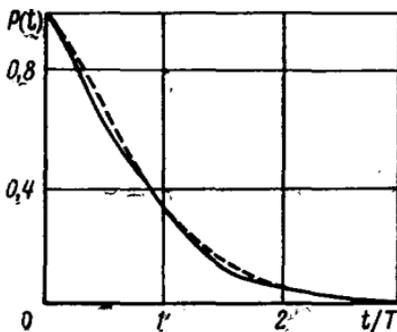


Рис. 2.3.2. Характеристики надежности устройства

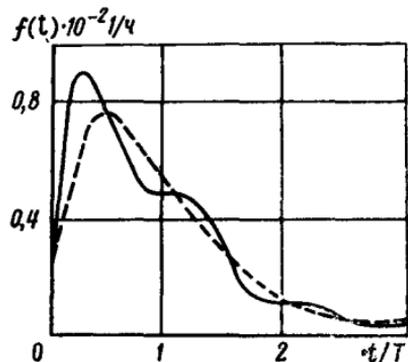


Рис. 2.3.3. Плотность распределения времени безотказной работы

ки плотностей распределения $\Phi[\Lambda(t)]$ соответственно при стационарном и нестационарном воздействии температуры окружающей среды.

Из анализа полученных результатов видно, что при гармоническом воздействии температуры вероятность безотказной работы $P(t)$ быстро уменьшается, испыты-

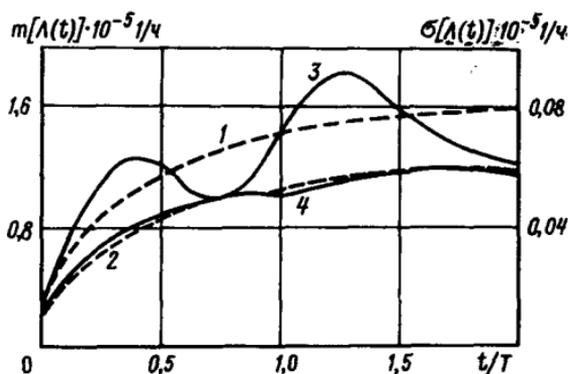


Рис. 2.3.4. Зависимость $m[\Lambda(t)]$ и $\sigma[\Lambda(t)]$ от t/T

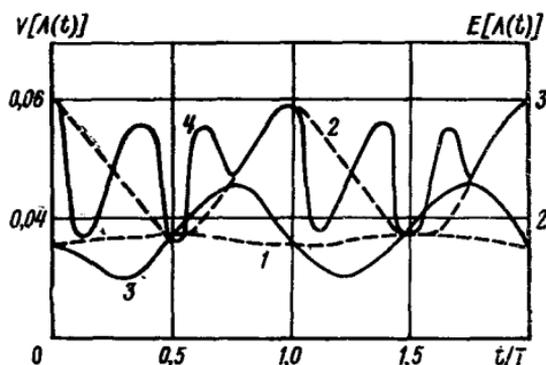


Рис. 2.3.5. Графики коэффициентов вариации и эксцесса интенсивности отказов

вая небольшие колебания около значений $P(t)$, определенных при постоянстве температуры. Плотность этой вероятности $f(t)$ и интенсивность отказов $\Lambda(t)$ представляют собой монотонные ограниченные функции. И если колебания $f(t)$ со временем затухают, то колебания $\Lambda(t)$ после некоторого переходного периода устанавливаются и становятся постоянными. С.к.о. $\Lambda(t)$ является монотонно возрастающей ограниченной функцией време-

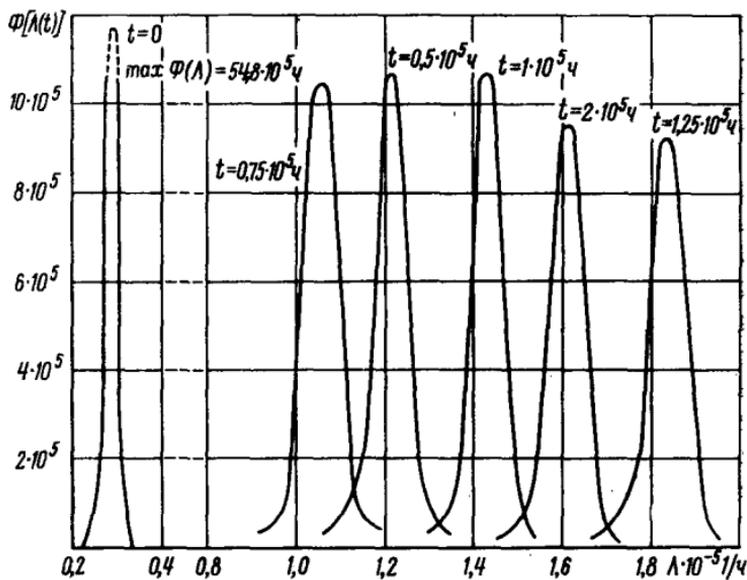


Рис. 2.3.6. Зависимость плотности распределения $\Lambda(t)$ при стационарном воздействии температуры

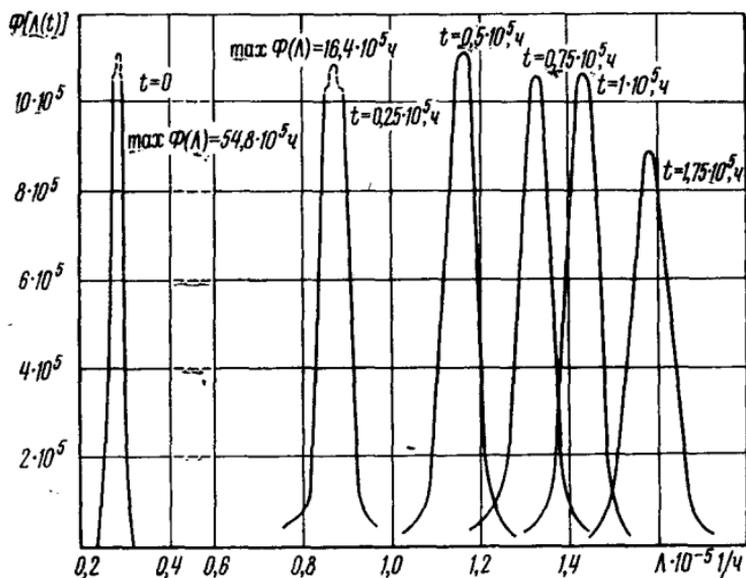


Рис. 2.3.7. Зависимость плотности распределения $\Lambda(t)$ при нестационарном воздействии температуры

ни, которая не зависит от частоты и амплитуды колебаний $T(t)$. Коэффициент вариации представляет собой периодическую функцию, изменяющуюся с частотой Ω около постоянного значения 0,038 с амплитудой 0,007. $V[\Lambda(t)]$ сдвинута по фазе относительно $T(t)$ на 180° . Коэффициент эксцесса изменяется периодически около постоянного значения 2,5 с единичной амплитудой и двойной частотой.

При стационарном воздействии температуры $m[\Lambda(t)]$ уже становится монотонной ограниченной функцией, $V[\Lambda(t)]$ не зависит от времени, а $E[\Lambda(t)]$ изменяется с частотой $\Omega = 0,25 \omega$.

Плотности распределения $\Lambda(t)$ являются более островершинными по сравнению с нормальным распределением за счет положительного эксцесса. В начальный момент времени $\Phi[\Lambda(t)]$ ввиду малой дисперсии вырождается в дельта-функцию. При стационарном воздействии температуры графики плотностей распределения с увеличением t смещаются вправо по оси $\Lambda(t)$, все более концентрируясь, так как м.о. $\Lambda(t)$ стремится к пределу (18). При нестационарном влиянии температуры графики плотностей распределения становятся периодически разбросанными по оси $\Lambda(t)$ из-за периодического изменения $m[\Lambda(t)]$.

Интересно отметить, что вариация интенсивности отказов (выходной характеристики) почти в четыре раза меньше вариации амплитуды (внутреннего параметра) гармонически изменяющейся температуры.

Таким образом, применение усредненных оценок параметров, которые не учитывают случайную динамику режимов эксплуатации, приводит к значительным погрешностям в оценке характеристик надежности элементов и необслуживаемых устройств.

Кратко рассмотрим поведение интенсивности отказов, так как она является основной характеристикой для оптимизации профилактического обслуживания [6, 24].

Предельные значения интенсивности отказов

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Lambda(t) = a_0 S(0), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Lambda(t) = \min [(a_0 + a_1), a_2] \lim_{t \rightarrow \infty} S(t). \quad (2.3.18)$$

Следовательно, интенсивность отказов является немонотонной ограниченной функцией. В переходном ре-

жиме она неперриодическая, экстремумы ее неравномерно сдвинуты относительно экстремумов $S(t)$. В установившемся режиме $\Lambda(t)$ является периодической функцией, период которой равен периоду $S(t)$.

Установление периодического режима $\Lambda(t)$ можно характеризовать постоянной времени t_0 переходного процесса установления ее постоянной составляющей

$$t_0 = \frac{1}{\alpha B_0} \ln \frac{0,1(a_0 + a_1)(a_2 - a_0)}{a_1(a_2 - 0,9a_0)}. \quad (2.3.19)$$

Огибающие максимумов и минимумов $\Lambda(t)$ определяют следующие предельные значения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Lambda_{\max} = a_0 S_{\max}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Lambda_{\min} = \min[(a_0 + a_1), a_2] S_{\min}, \quad (2.3.20)$$

где $S_{\max} = B_0 + B_1$, $S_{\min} = B_0 - B_1$ найдены из условия $S'(t) = 0$. Перейдем к рассмотрению моделей с некрратными интенсивностями на уровне математических ожиданий. Пусть параметр режима $X(t) = d_0 + d \sin(\Omega t + \varphi_0)$, а интенсивности

$$\begin{aligned} \Lambda_0(X) &= C_{00} + C_{10}X + C_{20}X^2, & \eta_0(X) &= C_{01} + C_{11}X + C_{21}X^2, \\ \eta_1(X) &= C_{02} + C_{12}X + C_{22}X^2, \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

тогда

$$\begin{aligned} a_i(t) &= b_{0i} + b_{1i} \sin[\beta(t)] + b_{2i} \cos[2\beta(t)], \\ i &= \overline{0,2}, \quad \beta(t) = \Omega t + \varphi_0, \\ b_{0i} &= C_{0i} + d_0 C_{1i} + (d_0^2 + 0,5d^0) C_{2i}, \\ b_{1i} &= (C_{1i} + 2C_{2i}d_0) d, \quad b_{2i} = -0,5d^2 C_{2i}. \end{aligned} \quad (2.3.22)$$

Решение системы дифференциальных уравнений с некрратными интенсивностями (4) было получено приближенно методом разложения в ряд Маклорена (с удержанием трех членов) подынтегральной функции (4). Вероятности отдельных состояний имеют следующий вид:

$$P_0(t) = e^{-L_0(t)}, \quad (2.3.23)$$

$$P_1(t) = M \exp[-L_3(t)] \{L_2(0) - e^{-\alpha_0 t} L_2(t) + \\ + \frac{b_{21}}{\alpha_2} [e^{-L_1(0)} - e^{-L_1(t)}], \quad (2.3.24)$$

где $\alpha_i = b_{i0} + b_{i1} + b_{i2}$, $i = \overline{0,2}$ (считалось, что $\alpha_i \neq 0$);

$$L_1(t) = \alpha_0 t - \frac{\alpha_1}{\Omega} \cos \beta(t) + 0,5 \frac{\alpha_2}{\Omega} \sin [2\beta(t)];$$

$$L_2(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=0}^s \xi_i \{R_{ki} \cos [k\beta(t)] + N_{ki} \sin [k\beta(t)];$$

$$L_3(t) = b_{02} t - \frac{b_{12}}{\Omega} \cos \beta(t) + \frac{b_{22}}{2\Omega} \sin [2\beta(t)].$$

Здесь значения коэффициентов ξ_i , R_{ki} , N_{ki} см. в Приложении 2.

Вероятность безотказной работы определяется из выражения (5), а плотность этой вероятности

$$f(t) = a_0(t) P_0(t) + a_2(t) P_1(t). \quad (2.3.25)$$

Исследование поведения интенсивности отказов при некрatных интенсивностях марковских моделей показало, что в установившемся режиме она также является периодической функцией.

Вероятностный анализ надежности элементов и необслуживаемых устройств с некрatными интенсивностями необходимо проводить на ЭЦВМ «Мир-1», используя программу ВАН-ЭНУ-НК (см. Приложение 4).

Для элементов и необслуживаемых устройств технических изделий с ярко выраженным старением с течением времени наблюдается значительное изменение характера зависимостей интенсивностей марковских моделей от режимов эксплуатации, т. е. значения производных (в точке разложения) в ряде Тейлора (см. формулу (2.2.1)) становятся функциями времени.

Рассмотрим анализ надежности элементов и необслуживаемых устройств с учетом старения при гармоническом воздействии режима и кратных интенсивностях марковских процессов.

Пусть $\lambda_0(t) = a_0 S(t)$, $\eta_0(t) = a_1 S(t)$, $\eta_1(t) = a_2 S(t)$ и $X(t) = b_0 + b \cos \omega t$, тогда

$$S[X(t)] = \sum_{i=0}^2 C_i [X(t)]^i = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 S_{ij} t^j [X(t)]^i. \quad (2.3.26)$$

Следовательно,

$$S(t) = \sum_{i=0}^2 t^i \sum_{j=0}^2 l_{ij} (\cos \Omega t)^j, \quad (2.3.27)$$

где

$$l_{0j} = S_{0j} + S_{1j} b_0 + S_{2j} b_0^2, \quad l_{1j} = (S_{1j} + 2S_{2j} b_0) b, \quad l_{2j} = S_{2j} b^2.$$

Тогда решение системы (1) определяется зависимостями (12), (6), (14), где

$$\theta(t) = N_1 t + N_2 t^2 + N_3 t^3 - N_0 + M_1(t) \sin \Omega t + M_2 \cos \Omega t + M_3(t) \sin 2\Omega t + M_4(t) \cos 2\Omega t. \quad (2.3.28)$$

Здесь

$$N_0 = \frac{1}{\Omega^2} (l_{11} + 0,25l_{21}), \quad N_1 = l_{00} + 0,5l_{20},$$

$$N_2 = 0,5 (l_{01} + 0,5l_{21}), \quad N_3 = 0,333 (l_{02} + 0,5l_{22}),$$

$$M_1(t) = \frac{1}{\Omega} \left(l_{10} - \frac{2}{\Omega^2} l_{12} + l_{11}t + l_{12}t^2 \right),$$

$$M_2 = \frac{1}{\Omega^2} (l_{11} + 2l_{12}),$$

$$M_3(t) = \frac{0,25}{\Omega} \left(l_{20} - 0,5 \frac{l_{22}}{\Omega^2} + l_{21}t + l_{22}t^2 \right),$$

$$M_4(t) = \frac{0,25}{\Omega^2} (0,5l_{21} + l_{22}t).$$

Анализ надежности элементов и устройств с учетом старения необходимо проводить на ЭЦВМ «Мир-1» с использованием программы ВАН-ЭНУ-2 (см. Приложение 4).

Пример 2.3.2. Рассмотрим определение основных характеристик надежности на уровне м.о. элемента с

ярко выраженным старением при гармоническом воздействии температуры окружающей среды.

Пусть $a_0 = 0,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $a_1 = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $a_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $b_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$; $b = 70 \text{ }^\circ\text{C}$; $\omega = 25,12 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $S_{00} = 2,75$; $S_{02} = 7,25 \text{ ч}^{-2}$; $S_{10} = -0,3 \text{ град}^{-1}$; $S_{12} = -0,34 \text{ град}^{-1}$; $S_{20} = 10^{-2} \text{ град}^{-2}$; $S_{22} = 10^{-2} \text{ ч}^{-2} \cdot \text{град}^{-2}$; $S_{01} = S_{11} = S_{21} = 0$.

На рис. 8 показаны графики плотности распределения вероятности безотказной работы — 1 и интенсивно-

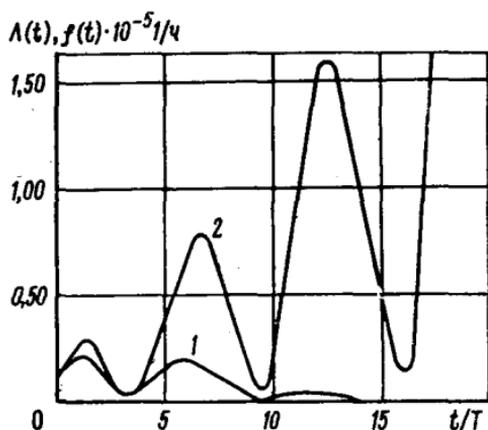


Рис. 2.3.8. Графики плотности распределения времени безотказной работы и интенсивности отказов

сти отказов — 2. Как видно из графиков, $f(t)$ и $\Lambda(t)$ являются мультимодальными функциями времени. Плотность распределения с течением времени убывает, а интенсивность отказов возрастает до бесконечности, колеблясь с удвоенной частотой 2ω .

Итак, в данном параграфе построены и исследованы неоднородные марковские модели надежности элементов и необслуживаемых устройств технических изделий, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах. Получено общее решение для обобщенной модели, которая учитывает любые виды аналитических зависимостей интенсивностей марковских моделей от параметров режима эксплуатации и в свою очередь параметров режима от времени. Рассмотрены наиболее интересные частные модели гармонического воздействия режима эксплуатации как без учета, так и с учетом старения элементов и устройств при кратных и некратных интен-

сивностях марковских процессов. Исследование поведения интенсивности отказов в различных моделях показало, что она является немонотонной функцией времени, которая при $t \rightarrow \infty$ ограниченно возрастает, если старение не учитывается, и возрастает до бесконечности при учете старения. Применение метода квадратичной аппроксимации функции нескольких случайных величин и аппроксимации плотности распределения рядом Грама-Шарлье позволяет широко исследовать случайную природу изменения характеристик надежности при случайной вариации параметров периодических режимов эксплуатации. Для ускорения проведения трудоемких расчетов при вероятностном анализе для каждой из рассмотренных моделей разработаны программы на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1».

Полученные результаты могут найти применение при анализе надежности и проектируемых, и эксплуатируемых технических изделий, которые используются в нестационарных случайных режимах.

2.4. Модели надежности устройств с послепрофилактическими отказами, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах

При эксплуатации некоторых типов устройств на них воздействуют послепрофилактические отказы (ППО) [16]. Природа возникновения таких отказов может быть объективной (например, вследствие ошибок контроля и увеличенной цикличности работы устройств при частых их проверках), субъективной (например, за счет ошибок исполнителей) и комбинированной. Поэтому при оценке надежности устройств с ППО, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах, необходима разработка соответствующих математических моделей. Некоторые из них рассматриваются в этом параграфе.

Исследования показывают, что интенсивность ППО может с большой точностью аппроксимироваться экспонентой [21—23]

$$\lambda_{\Pi}(t) = \lambda_{\Pi} = e^{-\alpha_{\Pi} t}. \quad (2.4.1)$$

№ п/п	Значения интенсивностей марковских моделей	$L(t)$
1	$\lambda_0 = 0, \eta_0 = \eta_1 = \eta$	$t - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n \alpha_n^{-1})^i}{i! i \alpha_n} e^{-i \alpha_n t}$
2	$\lambda_0 = 0, \eta_0 \neq \eta_1$	$-\left[\frac{1}{\eta_0 - \eta_1} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n \alpha_n^{-1})^i}{i! (\eta_0 - \eta_1 + i \alpha_n)} e^{-i \alpha_n t} \right]$
3	$\lambda_0 \neq 0, \eta_0 = \eta_1 = \eta$	$-\left[\frac{1}{\lambda_0} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n \alpha_n^{-1})^i}{i! (\lambda_0 + i \lambda_n)} e^{-i \alpha_n t} \right]$
4	$\lambda_0 \neq 0, \eta_0 \neq \eta_1$	$-\left[\frac{1}{\eta_0 - \eta_1 + \lambda_0} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n \alpha_n^{-1})^i}{i! (\eta_0 - \eta_1 + \lambda_0 + i \lambda_n)} e^{-i \alpha_n t} \right]$

Для марковской модели с учетом ППО при стационарных режимах эксплуатации система дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова с переменными коэффициентами имеет вид

$$P'_0(t) = -(\eta_0 + \lambda_0 + \lambda_n e^{-\alpha_n t}) P_0(t), \quad (2.4.2)$$

$$P'_1(t) = \eta_0 P_0(t) - \eta_1 P_1(t).$$

В зависимости от значений параметров рассматриваемая модель приводит к четырем частным марковским моделям:

1) $\lambda_0 = 0, \eta_0 = \eta_1 = \eta$ — процесс ухудшения качества характеризуется гамма-распределением;

2) $\lambda_0 = 0, \eta_0 \neq \eta_1$ — скорость процесса ухудшения качества на интервале квантования непостоянна;

3) $\lambda_0 \neq 0, \eta_0 = \eta_1 = \eta$ — взаимосвязанное появление внезапных и постепенных отказов при постоянстве скорости ухудшения параметра;

4) $\lambda_0 \neq 0, \eta_0 \neq \eta_1$ — наиболее сложный случай взаимосвязанного появления внезапных и постепенных отказов.

Решение системы (2) для каждой частной модели имеет свои особенности. Однако аналитические выражения для вероятностей отдельных состояний $P_0(t)$ и $P_1(t)$ можно выразить единообразно, используя вспомогательную функцию $L(t)$, которая для каждой из этих моделей имеет свой вид (табл. 1)

$$P_0(t) = \exp \left[\frac{\lambda_{\Pi}}{\alpha_{\Pi}} (e^{-\alpha_{\Pi} t} - 1) - (\lambda_0 + \eta_0) t \right], \quad (2.4.3)$$

$$P_1(t) = \eta_0 \exp \left\{ - \left[\frac{\lambda_{\Pi}}{\alpha_{\Pi}} + (\lambda_0 + \eta_0) t \right] \right\} [L(t) - L(0)]. \quad (2.4.4)$$

Как видно из табл. 1, вторая и третья модели являются частными случаями четвертой. Остальные характеристики надежности за межпрофилактический период времени можно определить по формулам (2.3.5) — (2.3.9).

Учет нестационарного режима эксплуатации в модели надежности с ППО приводит к системам дифференциальных уравнений со стохастическими переменными коэффициентами, для которых даже приближенные решения определить очень трудно. Покажем решение такой системы в простейшем случае (на уровне м.о.) при кратности интенсивностей марковских переходов и гармоническом воздействии режима. Пусть $\lambda_0 = 0$, $\eta_0(t) = \eta_1(t) = \eta(t) = \eta S(t)$, $\lambda_{\Pi}(t) = \lambda_{\Pi} S(t)$, $\alpha_{\Pi}(t) = \alpha_{\Pi}$, $S(t) = b_0 + b \sin \Omega t$. Тогда система дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова имеет вид

$$P_0'(t) = -(\eta + \lambda_{\Pi} e^{-\alpha_{\Pi} t}) S(t) P_0(t), \quad (2.4.5)$$

$$P_1'(t) = \eta S(t) P_0(t) - \eta S(t) P_1(t).$$

Решая систему (5) методом разложения подынтегральной функции в ряд Маклорена (с удержанием трех членов), определяем вероятности отдельных состояний

$$P_0(t) = \exp \left[-\eta \left[b_0 t + \frac{b}{\Omega} (1 - \cos \Omega t) \right] - \lambda_{\Pi} \left\{ \frac{b_0}{\alpha_{\Pi}} (1 - e^{-\alpha_{\Pi} t}) + \frac{b}{\alpha_{\Pi}^2 + \Omega^2} [\omega - (\alpha_{\Pi} \sin \Omega t + \Omega \cos \Omega t) e^{-\alpha_{\Pi} t}] \right\} \right], \quad (2.4.6)$$

$$P_1(t) = \exp \left[-\eta \left(b_0 t - \frac{b}{\Omega} \cos \Omega t \right) \right] [V(t) - V(0)], \quad (2.4.7)$$

где

$$V(t) = \eta \left\{ b_0 t - \frac{b}{\Omega} \cos \Omega t + e^{-\alpha_n t} [N_0 + N_1 \sin \Omega t + N_2 \cos \Omega t + N_3 \sin 2\Omega t + N_4 \sin^3 \Omega t + (N_5 \cos \Omega t + N_6) \sin^2 \Omega t] + e^{-2\alpha_n t} [M_0 + M_1 \sin \Omega t + M_2 \cos \Omega t + M_3 \sin 2\Omega t + M_4 \cos 2\Omega t + (M_5 + M_{10} \cos \Omega t) \sin^2 \Omega t + (M_6 + M_8 \sin \Omega t) \cos^2 \Omega t + M_7 \cos^3 \Omega t + M_9 \sin^3 \Omega t] \right\}.$$

Коэффициенты N_i и M_i даны в Приложении 2.

Для ускоренного проведения большого объема трудоемких вычислений при анализе надежности устройств с ППО были составлены три программы на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1»: ВАН-ОУ-ППО-1 и ВАН-ОУ-ППО-2 — для исследования первой и четвертой частных моделей с постоянными интенсивностями и ВАН-ОУ-ППО-ГР — для исследования модели при гармоническом воздействии режима.

Пример 2.4.1. Определим характеристики надежности устройств за межпрофилактический период времени при постоянстве и гармоническом воздействии режима. Пусть $\eta = 1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$, $b_0 = 2$, $b = 1,5$, $\alpha_n = 16 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$, $\lambda_n = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$, $\Omega = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$.

На рис. 1 и 2 показаны графики основных характеристик надежности штриховыми линиями при постоян-

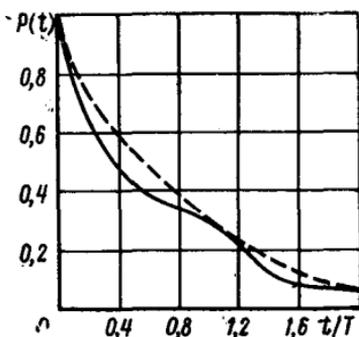


Рис. 2.4.1. График вероятности безотказной работы устройства

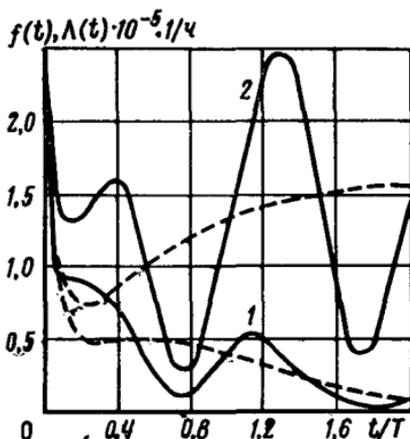


Рис. 2.4.2. Графики $f(t)$ и $\lambda(t)$ устройства

стве и сплошными — при гармоническом воздействии режима. На рис. 1 изображены графики вероятности безотказной работы, а на рис. 2 — плотности распределения этой вероятности — I и интенсивности отказов — 2 . При гармоническом влиянии режима $P(t)$ и $f(t)$ быстро уменьшаются, испытывая небольшие колебания около значений $P(t)$ и $f(t)$, определенных при постоянстве режима. Как $f(t)$, так и $\Lambda(t)$ являются мультимодаль-

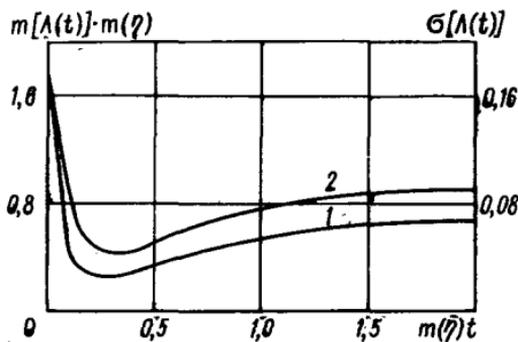


Рис. 2.4.3. Графики $m[\lambda(t)]$ и $\sigma[\lambda(t)]$

ными функциями, причем $\Lambda(t)$ — ограниченно возрастающая функция, колебания которой с течением времени устанавливаются. При постоянстве режима интенсивность отказов имеет один минимум.

Пример 2.4.2. Вычислим моменты и закон распределения вероятностей интенсивности отказов при случайной вариации параметров интенсивностей марковских процессов. Пусть $m(\eta) = 1 \cdot 10^{-5} 1/\mu$, $m(\lambda_{\eta}) = 2 \cdot 10^{-5} 1/\mu$, $m(\lambda_0) = 0$; $m(\alpha_{\eta}) = 16 \cdot 10^{-5} 1/\mu$, $V(\eta) = V(\lambda_{\eta}) = V(\alpha_{\eta}) = 0,1$; $A(\eta) = A(\lambda_{\eta}) = A(\alpha_{\eta}) = E(\eta) = E(\lambda_{\eta}) = E(\alpha_{\eta}) = 0$, т. е. исследуется первая частная модель при нормальном законе распределения интенсивностей марковских процессов.

Используя программу ПВ-МПРФ-1, определяем моменты и плотность распределения интенсивности отказов. На рис. 3 показаны м.о. $m[\Lambda(t)]$ — 1 и с.к.о. $\sigma[\Lambda(t)]$ — 2, а на рис. 4 — коэффициенты вариации $V[\Lambda(t)]$ — 1 и асимметрии $A[\Lambda(t)]$ — 2 (всегда положительной) интенсивности отказов. Эксцесс $E[\Lambda(t)]$ равен нулю. Как видно из рисунков, м.о. и с.к.о. $\Lambda(t)$ име-

ют по одному минимуму, а коэффициенты вариации и асимметрии — по одному максимуму на первом полу-периоде изменения параметра режима. Следует отметить, что вариация интенсивности отказов почти в полтора раза больше вариации исходных интенсивностей марковских моделей. Для данной модели это вполне закономерное явление.

Итак, в данном параграфе построены и исследованы марковские модели надежности устройств с учетом ППО,

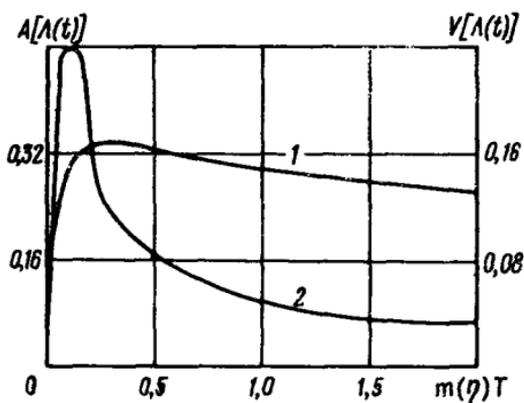


Рис. 2.4.4. Графики $V[\lambda(t)]$ и $A[\lambda(t)]$

эксплуатируемых в стационарных и нестационарных режимах. Получены приближенные аналитические решения для всех четырех частных моделей при постоянстве интенсивностей марковских моделей и решение для первой частной модели при гармоническом воздействии режима эксплуатации. Исследовано поведение интенсивности отказов устройств при случайной вариации параметров марковских моделей. Предложены программы для проведения анализа надежности устройств с послепрофилактическим отказом на электронной цифровой вычислительной машине «Мир-1».

Полученные результаты могут найти применение при анализе и оптимизации технического обслуживания устройств и сложных систем, эксплуатируемых в стационарных и нестационарных режимах, для которых профилактическое обслуживание может приводить к неполному восстановлению.

2.5. Модели надежности обслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах

В этом параграфе исследуются две неоднородные марковские модели надежности обслуживаемых устройств, эксплуатируемых в СНР. В первой модели учитывается аварийный ремонт (АР) устройств, а во второй, более общей, кроме того, учитывается и их профилактическое обслуживание.

Рассмотрим первую модель, определяемую графом с тремя состояниями (рис. 1) при кратных интенсивностях марковских процессов. Пусть $\lambda_0(t) = \lambda_0 S(t)$, $\eta_0(t) = \eta_0 S(t)$, $\eta_1(t) = \eta_1 S(t)$ и $\mu(t) = \mu S(t)$ (интенсивность восстановления) известны. Необходимо найти моменты и законы распределения характеристик надежности восстанавливаемых устройств: вероятности исправной работы $P_w(t)$, вероятности простоя на АР $P_p(t)$, коэффициенты готовности K_r и простоя на ремонте K_p и др.

Графу на рис. 1 соответствует система стохастических дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами

$$P_0'(t) = -(\eta_0 + \lambda_0) S(t) P_0(t) + \mu S(t) P_2(t), \quad (2.5.1)$$

$$P_1'(t) = \eta_0 S(t) P_0(t) - \eta_1 S(t) P_1(t).$$

Решая систему (1) при начальных условиях $P_i(0) = P_i$, $i = \overline{0,2}$, получим аналитические выражения для вероятностей $P_i(t)$, $i = \overline{0,1}$, в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= z_0 + c_1 \alpha_1 e^{-\delta_1 \theta(t)} + c_2 \alpha_2 e^{-\delta_2 \theta(t)}, \\ P_1(t) &= \eta_0 [z_1 + c_1 e^{-\delta_1 \theta(t)} + c_2 e^{-\delta_2 \theta(t)}], \\ P_2(t) &= 1 - P_0(t) - P_1(t), \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

где

$$\theta(t) = \int_0^t S(x) dx; \quad S_{1,2} = N_3 \pm \sqrt{N_3^2 - \eta_0 N_1 - N_2};$$

$$N_1 = \eta_0 + \lambda_0 + \mu;$$

$$N_2 = \mu \eta_0; \quad N_3 = \frac{\eta_1 + N_1}{2}; \quad z_0 = \frac{\mu}{L_0} (y_2 \alpha_2 - y_1 \alpha_1);$$

$$z_1 = \frac{\mu}{L_0} (y_2 - y_1); \quad y_1 = \frac{1}{S_1}; \quad y_2 = \frac{1}{S_2}; \quad L_0 = \alpha_2 - \alpha_1;$$

$$c_1 = \frac{1}{L_0} (\alpha_2 x_1 - x_0); \quad c_2 = \frac{1}{L_0} (x_0 - \alpha_1 x_1); \quad x_0 = P_0 - z_0;$$

$$x_1 = \frac{P_1}{\eta_0} - z_1.$$

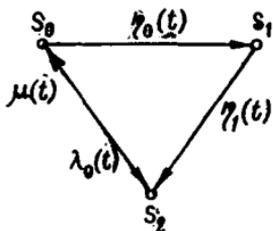


Рис. 2.5.1. Граф восстанавливаемого устройства

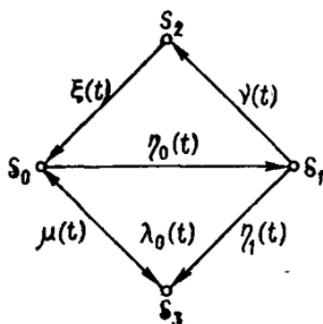


Рис. 2.5.2. Граф обслуживаемого устройства

Рассмотрим предельное поведение вероятностей

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_0(t) = z_0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = \eta_0 z_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_2(t) = 1 - z_0 - \eta_0 z_1.$$

Особенностью решения задачи является то, что, несмотря на изменение во времени интенсивностей ухудшения определяющего параметра устройства, интенсивности внезапных отказов и интенсивности восстановления, режим статистического равновесия наступает и оценку надежности устройств, эксплуатируемых в СНР, по истечении времени переходного режима можно производить, как и ранее, с помощью коэффициентов готовности и простоя. Интересно отметить, что такое явление имеет место даже в том случае, когда $S(t)$ является случайной периодической функцией.

Следовательно, с помощью (2) можно оценивать характеристики надежности устройств в переходном и установившемся режимах. Например, вероятность исправной работы

$$P_{\square}(t) = P_0(t) + P_1(t), \quad (2.5.3)$$

а коэффициент готовности

$$K_r = \lim_{t \rightarrow \infty} P_0(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = z_0 + \eta_0 z_1. \quad (2.5.4)$$

Рассмотрим неоднородную марковскую модель надежности устройств с учетом как восстановлений после отказа, так и профилактического обслуживания. В этом случае дополнительно вводится состояние ПО, учитывающее интенсивности вывода устройства на ПО $v(t) = vS(t)$ и интенсивности ПО $\xi(t) = \xi S(t)$. Граф этой модели показан на рис. 2.

Динамика случайного процесса описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} P_0'(t) &= -(\eta_0 + \lambda_0) S(t) P_0(t) + \xi S(t) P_2(t) + \mu S(t) P_3(t), \\ P_1'(t) &= \eta_0 S(t) P_0(t) - (\eta_1 + v) S(t) P_1(t), \\ P_2'(t) &= v S(t) P_1(t) - \xi S(t) P_2(t). \end{aligned} \quad (2.5.5)$$

Применяя начальные условия $P_i(0) = P_i$, $i = \overline{0,3}$, получаем решения системы (2.5.5) в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_0(t) &= z_0 + c_1 \alpha_1 e^{-\delta_1 \theta(t)} + c_2 \alpha_2 e^{-\delta_2 \theta(t)} + c_3 \alpha_3 e^{-\delta_3 \theta(t)}, \\ P_1(t) &= z_1 + c_1 \beta_1 e^{-\delta_1 \theta(t)} + c_2 \beta_2 e^{-\delta_2 \theta(t)} + c_3 \alpha_3 e^{-\delta_3 \theta(t)}, \\ P_2(t) &= \eta_0 v [z_2 + c_1 e^{-\delta_1 \theta(t)} + c_2 e^{-\delta_2 \theta(t)} + c_3 e^{-\delta_3 \theta(t)}], \\ P_3(t) &= 1 - P_0(t) - P_1(t) - P_2(t), \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

где $\theta(t) = \int_0^t S(x) dx$; δ_1 , δ_2 и δ_3 являются корнями алгебраического уравнения третьей степени

$$\begin{aligned} \delta^3 - (N_1 + N_2 + \xi) \delta^2 + [N_1 + N_2 + \xi(N_1 + N_2) + \eta_0 \mu] \delta - \\ - \xi N_1 N_2 - \eta_0 [v(\mu - \xi) + \mu \xi] = 0. \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} N_1 = \eta_0 + \lambda_0 + \mu, \quad N_2 = \eta_1 + v, \quad \alpha_i = (\delta_i - \eta_1 - v)(\delta_i - \xi), \\ \beta_i = \eta_0 (\xi - \delta_i), \quad i = \overline{1,3}; \end{aligned}$$

$$L_1 = \frac{\mu}{L_0}; \quad z_0 = L_1 (y_1 \alpha_1 + y_2 \alpha_2 + y_3 \alpha_3);$$

$$z_1 = L_1(y_1\beta_1 + y_2\beta_2 + y_3\beta_3); \quad z_2 = L_1(y_1 + y_2 + y_3);$$

$$\gamma_1 = \beta_2 - \beta_3; \quad \gamma_2 = \beta_3 - \beta_1; \quad \gamma_3 = \beta_1 - \beta_2;$$

$$y_1 = \frac{\gamma_1}{\delta_1}; \quad y_2 = \frac{\gamma_2}{\delta_2}; \quad y_3 = \frac{\gamma_3}{\delta_3}; \quad L_0 = \alpha_1\gamma_1 + \alpha_2\gamma_2 + \alpha_3\gamma_3;$$

$$c_1 = \frac{1}{L_0} [x_0\gamma_1 + x_1(\alpha_3 - \alpha_2) + x_2(\alpha_2\beta_3 - \alpha_3\beta_2)], \quad x_0 = P_0 - z_0;$$

$$c_2 = \frac{1}{L_0} [x_0\gamma_2 + x_1(\alpha_1 - \alpha_3) + x_2(\alpha_3\beta_1 - \alpha_1\beta_3)], \quad x_1 = P_1 - z_1;$$

$$c_3 = \frac{1}{L_0} [x_0\gamma_3 + x_1(\alpha_2 - \alpha_1) + x_2(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)],$$

$$x_2 = \frac{P_2}{\eta_0\nu} - z_2.$$

Предельные значения вероятностей

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_0(t) = z_0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = z_1; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} P_2(t) = \eta_0\nu z_2.$$

Таким образом, как для переходного процесса, так и для состояния статистического равновесия получены выражения для вероятностей отдельных состояний профилактически обслуживаемого устройства, эксплуатируемого в СНР. Используя в роли $S(t)$ интенсивности, учитывающие нестационарное воздействие случайных параметров режима, нетрудно получить все характеристики надежности устройства. Например, вероятность исправной работы

$$P_{\Pi}(t) = P_0(t) + P_1(t), \quad K_{\Gamma} = z_0 + z_1; \quad (2.5.8)$$

вероятность простоя на ПО $P_{\Pi}(t) = P_2(t)$, $K_{\Pi} = \eta_0\nu z_2$; вероятность простоя на АР $P_{\text{p}}(t) = P_3(t)$, $K_{\text{p}} = 1 - z_0 - z_1 - \eta_0\nu z_2$.

Для вычисления характеристик надежности обслуживаемых устройств (на уровне м.о.), эксплуатируемых при случайном гармоническом воздействии режима, с кратными интенсивностями марковских процессов разработаны программы для ЭЦВМ «Мир-1» (см. Приложение 4). Программа ВАН-ВУ-К-ГР предназначена для исследования восстанавливаемых устройств, а програм-

ма ВАН-ПУ-К-ГР — для профилактически обслуживаемых устройств. Для приближенного определения моментов и законов распределения характеристик надежности обслуживаемых устройств необходимо использовать программу ПВ-МПРФ-1 (см. Приложение 3).

Пример 2.5.1. Рассмотрим определение моментов и закона распределения вероятности исправной работы восстанавливаемого устройства, эксплуатируемого при

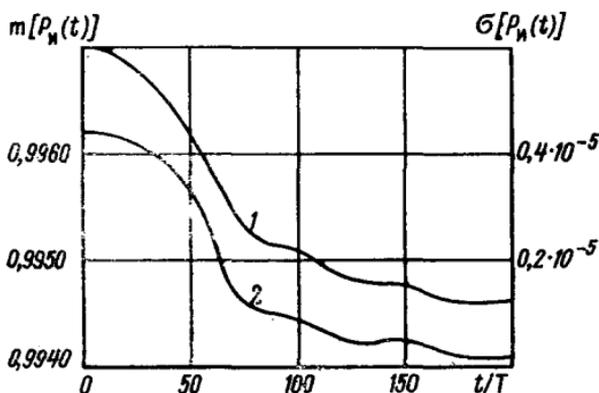


Рис. 2.5.3. Зависимость $m[P_n(t)]$ и $\sigma[P_n(t)]$

случайном гармоническом воздействии температуры $T(t)$ окружающей среды.

Пусть $\lambda_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$; $\eta_0 = \eta_1 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}$; $\Omega = 12,56 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}$; $T = \frac{2\pi}{\Omega} = 50,0 \text{ ч}$; $b_0 = 32 \text{ }^\circ\text{C}$; $b = 24 \text{ }^\circ\text{C}$; $c_0 = 0,2$; $c_1 = 0,025$; $m(A_0) = m(A_1) = 0$; $m(\omega) = 25,12 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}$; $\sigma(A_0) = \sigma(A_1) = 2,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $\sigma(\omega) = 3,14 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}$, $P_0 = 1$; $P_1 = P_2 = 0$.

На рис. 3 показаны графики математического ожидания $m[P_n(t)]$ —1 и среднеквадратичное отклонение $\sigma[P_n(t)]$ —2 вероятности исправной работы. Эцсс $P_n(t)$ отрицателен и от времени не зависит $E[P_n(t)] = -3$. Асимметрия $P_n(t)$ равна нулю.

Как видно из графиков, м.о. стремится к установившемуся значению K_r , а с.к.о.— к минимальному значению, изменяясь с небольшими колебаниями.

Пример 2.5.2. Рассмотрим определение м. о. вероятностей исправной работы, простоя на ПО и простоя на АР профилактически обслуживаемого устройства, эксплуатиру-

емого при гармоническом воздействии окружающей среды. Пусть $S(t) = b_0 + b \sin \Omega t$; $\Omega_2 = 0,628$ 1/ч; $T_2 = 10$ ч; $\lambda_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\eta_0 = \eta_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\mu = 1/ч$; $\nu = 10$ 1/ч; $\xi = 5$ 1/ч; $P_0 = 0,95$; $P_1 = 0,05$; $P_2 = P_3 = 0$; $b_0 = 2$; $b_1 = 1,5$; $\Omega_1 = 6,28$ 1/ч, $T_1 = 1/ч$.

Корни нелинейного уравнения (2.5.7) имеют вид $\delta_1 = 1,001$; $\delta_2 = 5,01$; $\delta_3 = 10,00$.

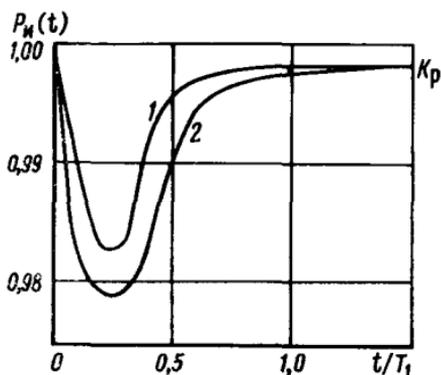


Рис. 2.5.4. Зависимость $P_n(t)$

На рис. 4 показаны графики $P_n(t)$ при частотах $\omega_1 - 1$ и $\omega_2 - 2$. На рис. 5 показаны графики $P_p(t)$ при частотах $\omega_1 - 1$ и $\omega_2 - 2$, а также графики $P_n(t)$ при $\omega_1 - 3$ и $\omega_2 - 4$.

Как видно из рисунков, вероятность исправной работы на нормированном интервале времени (0—0,5) t/T_1 характеризуется резко выраженным минимумом, а вероятность простоя на ПО — ярко выраженным максимумом. Вероятность простоя на АР монотонно возрастает. Значения всех вероятностей быстро устанавливаются, стремясь соответственно к $K_r = 0,980003$, $K_n = 0,997 \cdot 10^{-3}$, $K_p = 1 \cdot 10^{-2}$. Это объясняется тем, что в начальный период времени довольно значительная часть устройств (не более $P_1 \times 100\% = 5\%$) выводится из состояния S_1 на профилактическое обслуживание.

Из анализа полученных в примере 2 результатов можно сделать следующие выводы. Минимум $P_n(t)$ и максимум $P_n(t)$ определяются как коэффициентами кратности λ_0 , η_0 , η_1 , μ , ζ и ν , так и параметрами гармонического изменения кратных интенсивностей, увеличиваясь с уменьшением частоты и амплитуды параметра

режима. Длительность установления всех вероятностей не превышает $1/\mu = 1$ ч. Корни нелинейного алгебраического уравнения (2.5.7) находятся в окрестностях точек, определяемых интенсивностями μ , ν , ζ .

Итак, в данном параграфе исследованы две неоднородные марковские модели надежности обслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных гармонических режимах. Получены аналитические выражения для ве-

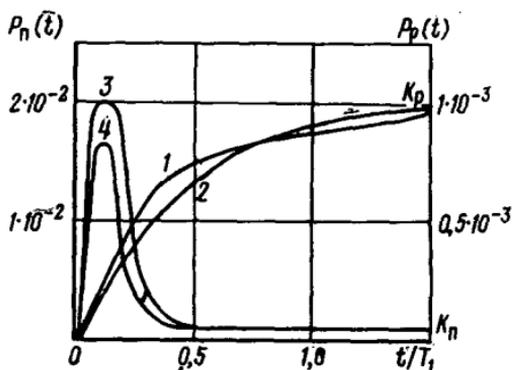


Рис. 2.5.5. Зависимость $P_n(t)$ и $P_p(t)$

роятностей исправной работы, простоя на ПО и простоя на АР при кратных интенсивностях марковских процессов. При произвольных начальных условиях вероятности исправной работы и простоя на ПО могут иметь соответственно один минимум или максимум. На примере рассмотрено поведение моментов вероятности исправной работы восстанавливаемого устройства. Разработаны программы для вероятностного анализа обслуживаемых устройств на ЭЦВМ «Мир-1».

Найденные результаты могут быть полезны при анализе надежности и оптимизации обслуживания технических изделий, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах.

2.6. Выводы

Для анализа надежности элементов и устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах, целесообразно применять метод квантования и марковской аппроксимации случайных

процессов, который учитывает взаимосвязанное появление внезапных и постепенных отказов.

Анализ надежности элементов и устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах, необходимо проводить в два этапа: сначала с помощью марковских неоднородных моделей определяются аналитические выражения характеристик надежности, а затем находятся моменты и законы распределения этих характеристик, используя квадратичную аппроксимацию функции нескольких случайных величин и разложение плотности распределения в ряд по ортогональным полиномам.

Оценку интенсивностей марковских процессов по статистическим данным целесообразно проводить в два отдельных этапа: сначала определять коэффициенты полиномиальной аппроксимации зависимостей интенсивностей от параметров режима эксплуатации, а затем отыскивать характеристики случайных процессов изменения этих параметров.

Удобным аналитическим представлением для параметра режима эксплуатации является каноническое представление В. И. Чернецкого.

В общем случае анализ надежности элементов и необслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах, необходимо проводить с учетом старения.

При воздействии периодического режима эксплуатации интенсивность отказов элементов и необслуживаемых устройств является немонотонной функцией времени, колебания которой устанавливаются после переходного режима, если не учитывается старение устройств, и неограниченно возрастающей с течением времени при существовании старения.

После профилактического обслуживания необходимо учитывать интенсивность послепрофилактических отказов. Интенсивность отказов устройств с учетом ППО является немонотонной ограниченной функцией времени, имеющей один минимум при стационарных режимах и бесконечное число при случайных периодических режимах эксплуатации.

Вероятности исправной работы и простоя на профилактическом обслуживании устройств при случайных гармонических режимах эксплуатации являются немо-

нотонными ограниченными функциями времени, имеющими соответственно один минимум или максимум, и стремятся с течением времени к коэффициентам готовности и простоя на профилактике. Вероятность простоя на аварийном ремонте представляет собой монотонно возрастающую функцию времени, которая стремится к коэффициенту простоя на ремонте.

При нормальности законов распределения случайных коэффициентов параметра режима эксплуатации, представленном в форме В. И. Чернецкого, законы распределения характеристик надежности элементов и устройств значительно отличаются от нормального.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ ЗАМЕН (ПЗ) ОДНОТИПНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПРОФИЛАКТИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ (ПО) ОДНОТИПНЫХ УСТРОЙСТВ

3.1. Классификация прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств

Теоретической основой построения оптимального адаптивного регламента технического обслуживания (ТО) изделий являются математические модели оптимизации профилактических замен (ПЗ) однотипных элементов и профилактического обслуживания (ПО) однотипных устройств, в которых оптимизация ТО проводится при комплексном учете технико-экономических характеристик (ТЭХ) эффективности и оптимальном управлении не только периодичностями, но и объемами проведения ГО.

В настоящее время при оптимизации ТО устройств традиционными являются математические модели в следующей постановке. При ПЗ однотипных элементов профилактика проводится с периодичностью τ . Если элемент отказывает до момента τ , то возникающий при этом отказ устраняется с помощью аварийного ремонта (АР) и следующая профилактика проводится через время τ после АР [34]. При ПО однотипных устройств профилактика проводится с периодичностью τ , при которой предусматривается полное обновление или замена всех элементов устройства. Периодичность ПО не зависит от числа отказов, которые произошли в перерыве между профилактиками, а АР не влияет на интенсивность отказов устройств [34].

При оптимизации ТО используется или техническая характеристика эффективности — коэффициент техни-

ческого использования (КТИ) $K_n(\tau)$, или соответствующая ему экономическая характеристика эффективности — удельные эксплуатационные расходы (УЭР) $C(\tau)$. Оптимизация проводится по критерию максимума $K_n(\tau)$ (прямая задача) или по критерию минимума м. о. $C(\tau)$ (обратная задача).

Обозначим τ — периодичность ПЗ однотипных элементов (ПО однотипных устройств); τ_n и c_n — соответственно продолжительность и стоимость проведения ПЗ (ПО); τ_p и c_p — продолжительность и стоимость ущерба при АР; $P(\tau)$ — вероятность безотказной работы элемента (устройства).

Тогда аналитические выражения для КТИ имеют вид: для однотипных элементов

$$K_n(\tau) = \frac{\int_0^{\tau} P(x) dx}{\int_0^{\tau} P(x) dx + \tau_p + (\tau_n - \tau_p) P(\tau)}, \quad (3.1.1)$$

а для однотипных устройств

$$K_n(\tau) = \frac{\tau}{\tau + \tau_n - \tau_p \ln P(\tau)}. \quad (3.1.2)$$

Аналитическое выражение м. о. УЭР для однотипных элементов

$$M[C(\tau)] = \frac{c_p + (c_n - c_p) P(\tau)}{\int_0^{\tau} P(x) dx}, \quad (3.1.3)$$

а для однотипных устройств

$$M[C(\tau)] = \frac{c_n - c_p \ln P(\tau)}{\tau}. \quad (3.1.4)$$

В настоящее время для традиционных моделей оптимального ТО доказаны условия существования и единственности оптимального решения при монотонно возрастающих неограниченной функции интенсивности [15] и

ограниченной функции интенсивности [12]. Также доказаны условия существования бесконечного множества числа решений при немонотонно возрастающей ограниченной функции интенсивности [12].

Однако рассмотрение моделей оптимального ПЗ элементов и ПО устройств в традиционной постановке при всех очевидных достоинствах имеет и ряд недостатков:

1) при оптимизации отсутствует комплексный подход к учету технико-экономических характеристик эффективности технического обслуживания;

2) в роли управляемой переменной выступает только периодичность профилактики τ ;

3) рассмотренные модели оптимального ПО исследуются в основном только при стационарных режимах эксплуатации элементов и устройств, считая интенсивности отказов постоянными величинами [34];

4) сделаны лишь первые попытки решения задач оптимального ПО элементов и устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах [12].

Новые математические модели, в которых указанные недостатки устраняются за счет дальнейшего развития традиционных моделей, будут рассмотрены во второй главе. Такое развитие становится возможным при допущении наличия функциональных зависимостей стоимостей проведения ПЗ (ПО) и АР и продолжительностями соответственно профилактики и ремонта

$$c_n = \varphi(\tau_n) \quad \text{и} \quad c_p = Q(\tau_p). \quad (3.1.5)$$

Аналитические функции $\varphi(\tau_n)$ и $Q(\tau_p)$ могут иметь различный вид — экспоненциальный, параболический, степенной и т. д. Единственным необходимым условием для существования оптимальных решений является возрастание стоимости при увеличении продолжительности профилактики.

Рассмотрим обобщенные модели оптимизации с формальных позиций теории математического программирования. Целевыми функциями являются технико-экономические характеристики эффективности — КТИ и УЭР. В роли управляемых переменных выступают периодичность профилактики τ , продолжительность профилактики τ_n и продолжительность аварийного ремонта τ_p . Ограничениями могут быть как управляемые переменные, так и ТЭХ эффективности оптимизации. В зависимости

от вида и числа ограничений обобщенная модель приводит к целому классу прямых и обратных оптимальных задач. При ограничении по управляемым переменным можно поставить по шесть прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов (ПО однотипных устройств). При ограничении в виде функционала (ТЭХ эффективности оптимизации) можно сформулировать по одной прямой и обратной задаче. И наконец, при смешанных ограничениях по управляемым переменным и в виде функционала можно поставить по три прямые и обратные задачи.

На рис. 1 показана классификация прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств. Классификация основана на последовательном использовании пяти признаков, каждый из которых имеет свое формальное обозначение. Первый классификационный признак характеризует вид ТО (ПЗ однотипных элементов — ПЗ или ПО однотипных устройств — ПО). Второй признак отражает тип оптимальной задачи (прямой — 1 или обратной — 2). Третий признак ведает общей характеристикой ограничений, которые накладываются при оптимизации (по управляемым переменным — 1, или в виде функционала — 2, или смешанные — 3). Четвертый классификационный признак учитывает число ограничений (одно — 1 или два — 2). Пятый признак отражает конкретный вид ограничений, например по v_d и м.о. УЭР — 1, по τ_p и τ — 2 и т. д.

Проведем краткий анализ оптимальных задач на примере прямых задач оптимизации ПЗ однотипных элементов (табл. 1). Задачи ПЗ-1111, ПЗ-1112, ПЗ-1113, ПЗ-1121, ПЗ-1122 и ПЗ-1123 решаются с помощью классических методов определения экстремума функции многих переменных. Оптимальные решения этих задач (кроме ПЗ-1121) являются тривиальными и не имеют практического приложения. Оптимальное решение задачи ПЗ-1121 представляет собой обычное решение прямой задачи без ограничений (в традиционной постановке) [15, 34]. Поэтому в дальнейшем задача ПЗ-1121 классифицируется как оптимальная задача без ограничений. Оптимальные задачи ПЗ-1210, ПЗ-1321, ПЗ-1322, ПЗ-1323 наиболее удобно решать с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа (λ — множитель Лагранжа в прямых задачах).

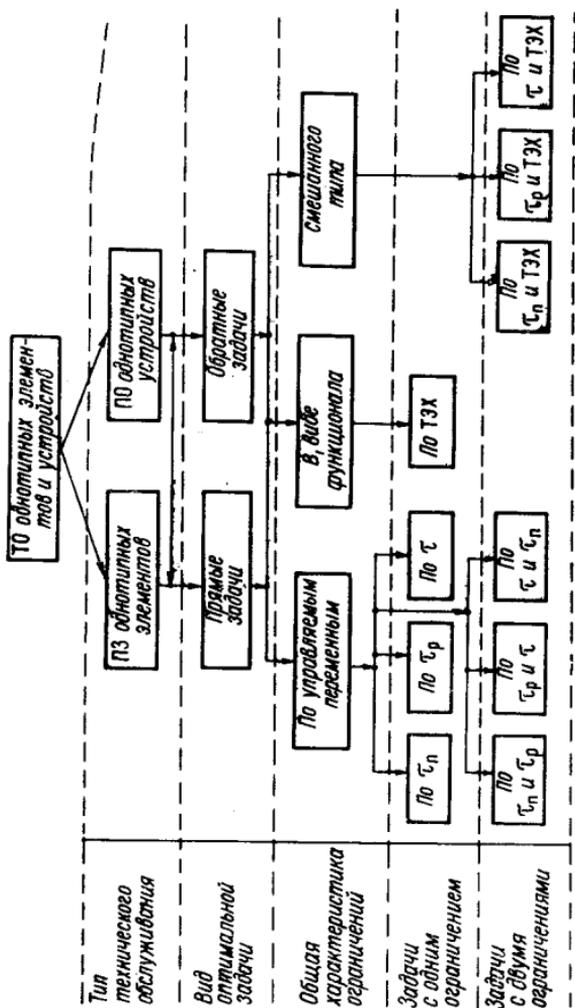


Рис. 3.1.1. Классификация прямых и обратных задач оптимизации ПЗ и ПО односторонних элементов и устройств

Таблица 3.1.1

Обозначение задачи	Управляемые переменные	Вид ограничений	Примечания
ПЗ-1111	τ и τ_p	τ_n	$\tau_{p0} = 0$, не имеет практического приложения
ПЗ-1112	τ и τ_n	τ_p	$\tau_{p0} = 0$, не имеет практического приложения
ПЗ-1113	τ_n и τ_p	τ	$\tau_{p0} = \tau_{r0} = 0$, не имеет практического приложения
ПЗ-1121	τ	τ_n и τ_p	Приводит к традиционной постановке прямой задачи без ограничений
ПЗ-1122	τ_n	τ_p и τ	$\tau_{p0} = 0$, не имеет практического приложения
ПЗ-1123	τ_p	τ и τ_n	$\tau_{p0} = 0$, не имеет практического приложения
ПЗ-1210	τ , τ_n , τ_p и π	м. о. УЭР	Наиболее интересная для практического приложения
ПЗ-1321	τ , τ_p и π	τ_n и м. о. УЭР	Интересна для практического приложения
ПЗ-1322	τ , τ_n и π	τ_p и м. о. УЭР	То же
ПЗ-1323	τ_n , τ_p и π	τ и м. о. УЭР	»

Наиболее интересной в теоретическом и прикладном планах является постановка оптимальной задачи при ограничении в виде функционала (ПЗ-1210), так как появляется возможность управлять не только периодичностью профилактики τ , но и продолжительностями ПЗ и АР (τ_n и τ_p) или стоимостями проведения ПЗ и АР (c_n и c_p). Задачи при смешанных ограничениях (ПЗ-1321, ПЗ-1322 и ПЗ-1323) могут найти ограниченное применение. Таким образом, проведен простейший анализ практических приложений прямых задач оптимизации ПЗ однотипных элементов. Аналогичные результаты могут быть получены при анализе остальных оптимальных задач ПЗ элементов и ПО устройств.

В данной главе будут исследоваться как традиционные модели оптимизации ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств без ограничений, так и новые

обобщенные модели оптимизации с учетом ограничений. Также будет рассматриваться интересная в теоретическом и прикладном планах модель оптимального ПО однотипных устройств с учетом послепрофилактических отказов (ППО) при оптимизации по критерию минимума среднего значения потока отказов [22, 23].

3.2. Оптимизация ПЗ однотипных элементов без ограничений

Профилактическая замена ответственных элементов устройств является одной из эффективных форм технического обслуживания изделий.

В этом параграфе продолжается рассмотрение модели оптимизации ПЗ однотипных элементов без ограничений, которое было начато в 3.1. Решаются прямые и обратные задачи оптимизации при гамма-распределении ($n=2$) и обобщенно-показательном распределении времени безотказной работы ($n=2$), при гармоническом воздействии параметров режима и воздействии случайного стационарного режима эксплуатации [26].

Оптимальная периодичность τ_0 для прямой и обратных задач определяется из решения трансцендентных уравнений, которые образуются при приравнивании нулю соответственно производных $\partial K_{\text{н}}(\tau)/\partial \tau$ и $\partial M[C(\tau)]/\partial \tau$. Оба трансцендентных уравнения имеют общий вид

$$\Lambda(\tau) \int_0^{\tau} P(x) dx + P(\tau) = \frac{1}{1-\nu}, \quad (3.2.1)$$

где

$$\nu = \begin{cases} \frac{\tau_{\text{п}}}{\tau_{\text{р}}} & \text{— при оптимизации по критерию max КТИ,} \\ \frac{c_{\text{п}}}{c_{\text{р}}} & \text{— при оптимизации по критерию min м. о. УЭР.} \end{cases}$$

Для оценки эффективности оптимизации, кроме оптимальной периодичности, вводятся новые экономические показатели — выигрыши от оптимизации по КТИ (W_h) и по м. о. УЭР (W_c)

$$W_k = \left[\frac{K_n(\tau_0)}{\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_n(\tau)} - 1 \right] 100\% =$$

$$= \left[\frac{(T_0 + \tau_p) K_n(\tau_0)}{T_0} - 1 \right] 100\%, \quad (3.2.2)$$

$$W_c = \left\{ 1 - \frac{M[C(\tau_0)]}{\lim_{\tau \rightarrow \infty} M[C(\tau)]} \right\} 100\% = \left\{ 1 - \frac{T_0 M[C(\tau_0)]}{c_p} \right\} 100\%. \quad (3.2.3)$$

Рассмотрим определение оптимальной периодичности и выигрышей от оптимизации ПЗ однотипных элементов без ограничений для прямой и обратных задач при гамма-распределении времени безотказной работы ($n = 2$). Тогда

$$F(\tau) = 1 - (1 + P_0 \eta \tau) e^{-\eta \tau}, \quad P(\tau) = (1 + P_0 \eta \tau) e^{-\eta \tau}; \quad (3.2.3a)$$

$$\Lambda(\tau) = \frac{\eta(1 + P_0 \eta \tau - P_0)}{1 + P_0 \eta \tau}, \quad T_0 = \frac{1 + P_0}{\eta}; \quad (3.2.4)$$

$$\int_0^{\tau} P(x) dx = \frac{1}{\eta} [(1 + P_0)(1 - e^{-\eta \tau}) - P_0 \eta \tau e^{-\eta \tau}]; \quad (3.2.5)$$

$$f(\tau) = \eta(1 - P_0 + P_0 \eta \tau) e^{-\eta \tau}. \quad (3.2.5a)$$

Здесь τ_0 определяется из уравнения

$$(1 + P_0 \eta \tau - P_0) [(1 + P_0)(1 - e^{-\eta \tau}) - P_0 \eta \tau e^{-\eta \tau}] +$$

$$+ (1 + P_0 \eta \tau)^2 e^{-\eta \tau} = \frac{1 + P_0 \eta \tau}{1 - \nu}. \quad (3.2.6)$$

Выигрыш от оптимизации по КТИ определяется по формуле

$$W_k =$$

$$= \left[\frac{\left(\frac{1}{1 - \nu} - \delta e^{-\eta \tau} \right) (1 + P_0 + \eta \tau_p)}{(1 + P_0) \left\{ \frac{1}{1 - \nu} - \delta e^{-\eta \tau} + \frac{\eta \tau_p (\delta - P_0)}{\delta} [1 - \delta e^{-\eta \tau} (1 - \nu)] \right\}} - 1 \right] 100\%, \quad (3.2.7)$$

где

$$\delta = 1 + P_0 \eta \tau.$$

Выигрыш от оптимизации по критерию \min УЭР

$$W_c = \left[1 - \frac{(1 - \nu)(1 + P_0)(\delta - P_0)}{\delta} \right] 100\%. \quad (3.2.8)$$

Следовательно, при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) трансцендентное уравнение

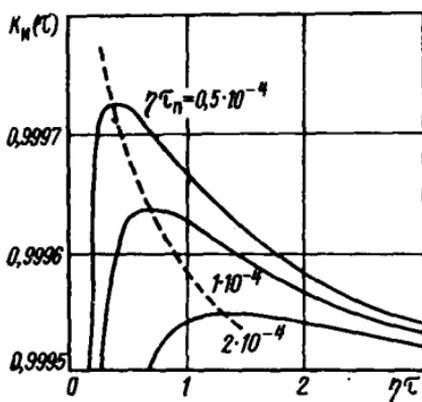


Рис. 3.2.1. Зависимость $K_n(\tau)$ от $\eta\tau$ и $\eta\tau_n$ ($\eta\tau_p = 10 \cdot 10^{-4}$, $P_0 = 1$)

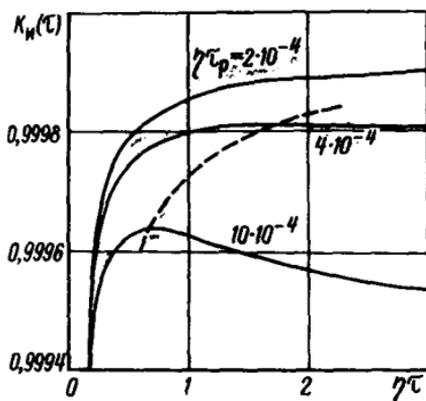


Рис. 3.2.2. Зависимость $K_n(\tau)$ от $\eta\tau$ и $\eta\tau_p$ ($\eta\tau_n = 1 \cdot 10^{-4}$, $P_0 = 1$)

(1) нужно решать относительно нормированного времени $\eta\tau$, что значительно упрощает нахождение корня и позволяет создать удобную обобщенную номограмму. Выигрыш от оптимизации по УЭР зависит от отношения ν и $\eta\tau_0$, а выигрыш по КТИ определяется, кроме этих переменных, также и интенсивностью ухудшения определяющего параметра элемента η .

Рассмотрим поведение коэффициента технического использования при гамма-распределении времени безотказной работы. На рис. 1 показано изменение $K_n(\tau)$ в зависимости от нормированных значений периодичности ПЗ $\eta\tau$ и продолжительностью профилактики $\eta\tau_n$ ($\eta\tau_p = \text{const}$, $P_0 = \text{const}$). С уменьшением $\eta\tau_n$ абсолютное значение \max КТИ возрастает, величина оптимальной периодичности τ_0 уменьшается, а вершина графика КТИ становится все более острой. На рис. 2 показано изменение КТИ $K_n(\tau)$

в зависимости от нормированных значений периодичности ПЗ $\eta\tau$ и продолжительности АР $\eta\tau_p$ ($\eta\tau_p = \text{const}$, $P_0 = \text{const}$). С уменьшением $\eta\tau_p$ абсолютное значение \max КТИ возрастает, значение оптимальной периодичности увеличивается, стремясь к бесконечности, а вершина графика КТИ, расплываясь, практически исчезает. На рис. 3 показано изменение КТИ от начальной вероятности P_0 и перио-

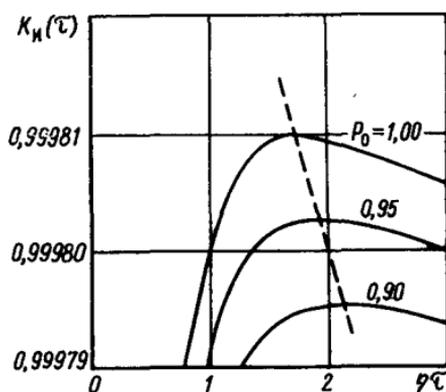


Рис. 3.2.3. Зависимость $K_n(\tau)$ от P_0 и $\eta\tau$ ($\eta\tau_p = 10 \cdot 10^{-4}$, $\eta\tau_n = 10^{-4}$)

дичности ПЗ элемента. С уменьшением P_0 абсолютное значение КТИ уменьшается, а величина оптимальной периодичности увеличивается.

Пример 3.2.1. Определим оптимальную периодичность и выигрыш от оптимизации ПЗ элемента по КТИ по следующим исходным данным: $\eta = 1 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$, $\tau_n = 1 \text{ ч}$, $\tau_p = 4 \text{ ч}$, $P_0 = 1,00$.

Из трансцендентного уравнения (4) и формулы (5) после вычислений получим $\eta\tau_0 = 1,72$, $W_h = 0,845 \cdot 10^{-4} \%$. На рис. 4 показан характер изменения КТИ в зависимости от нормированного времени $\eta\tau$. Слева по оси $\eta\tau$ от оптимальной периодичности КТИ характеризуется очень большой положительной производной, а справа — значительно меньшей (на порядок) отрицательной производной. Следовательно, к небольшому проигрышу приводит ошибка при определении $\eta\tau_0$ только в правую от нее сторону от оси $\eta\tau$.

Пример 3.2.2. Определим оптимальную периодичность и выигрыш от оптимизации ПЗ элемента по УЭР по следующим данным: $c_n = 1 \text{ руб.}$, $c_p = 10 \text{ руб.}$, $P_0 = 1,00$, $\eta = 1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$.

Решая уравнение (4) при $\nu = \frac{c_{II}}{c_p} = 0,1$ и используя формулу (6), получим $\eta\tau_0 = 0,67$ и $\dot{W}_c = 27,1\%$. На рис. 5 показан график нормированного м. о. УЭР в зависимости от $\eta\tau$. График м. о. УЭР характеризуется также большой производной слева от $\eta\tau_0$ и малой справа по оси $\eta\tau$.

Для определения ТЭП оптимизации при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) просчи-

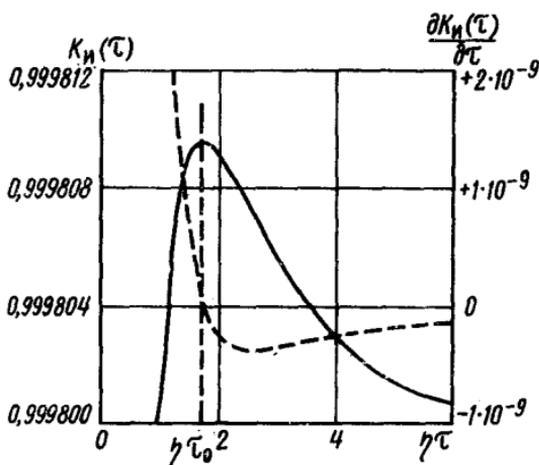


Рис. 3.2.4. Зависимость $K_n(\tau)$ от $\eta\tau$

таны и построены обобщенные номограммы. На рис. 6 показана номограмма для определения отношения оптимальной периодичности к среднему времени безотказной работы τ_0/T_0 для прямой и обратной задач оптимизации в диапазоне практически допустимых значений ν и P_0 . По этой номограмме также можно определять и выигрыш от оптимизации по м.о. УЭР. С увеличением ν значение оптимальной периодичности быстро увеличивается от нуля до бесконечности практически по экспоненциальному закону, выигрыш быстро уменьшается от 100% до нуля почти по гиперболическому закону. На рис. 7 показана номограмма для определения ТЭП оптимизации для прямой задачи при $P_0=1,00$ в диапазоне практически допустимых значений ν . С увеличением ν выигрыш от оптимизации W_k быстро уменьшается от 100% до нуля. С увеличением нормированной продолжительности АР $\eta\tau_p$ выигрыш от оптимизации растет. Если $P_0 \neq 1$, то можно построить аналогичные номограм-

мы. Используя предлагаемые номограммы, можно определить ТЭП оптимизации ПЗ однотипных элементов с погрешностью не более одного процента.

Рассмотрим оптимизацию ПЗ элементов при обобщенно-показательном распределении (ОПР) ($n=2$) [2]. Тогда

$$P(\tau) = \frac{1}{\alpha_2} [\alpha_1 \delta_1(\tau) - \eta_0 \delta_0(\tau)],$$

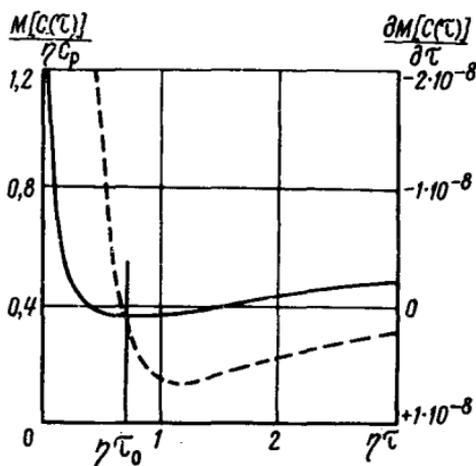


Рис. 3.2.5. Зависимость $M[C(\tau)]$ от $\eta\tau$

$$\Lambda(\tau) = \frac{\alpha_0 \alpha_1 - \eta_1 \delta_2(\tau)}{\alpha_1 - \delta_2(\tau)}, \quad (3.2.9)$$

$$T_0 = \frac{1}{\alpha_2} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_0} - \frac{\eta_0}{\eta_1} \right), \quad E(\tau) = \frac{1}{\alpha_2} \left\{ \frac{\alpha_1}{\alpha_0} [1 - \delta_1(\tau)] - \frac{\eta_0}{\eta_1} [1 - \delta_0(\tau)] \right\}, \quad (3.2.10)$$

где $\alpha_0 = \eta_0 + \lambda_0$, $\alpha_1 = \eta_1 - \lambda_0$, $\alpha_2 = \eta_1 - \alpha_0$, $\delta_0(\tau) = e^{-\eta_1 \tau}$, $\delta_1(\tau) = e^{-\alpha_0 \tau}$, $\delta_2(\tau) = \eta_0 e^{-\alpha_2 \tau}$.

При гамма-распределении и обобщенно-показательном распределении времени безотказной работы предполагалось, что интенсивности моделей постоянны во времени, т. е. элементы эксплуатируются в постоянных режимах. Покажем определение ТЭХ оптимизации ПЗ однотипных элементов при гармоническом воздействии

режима и линейной кратной зависимости интенсивностей марковских моделей от параметра режима.

Обозначим:

$$X(\tau) = b_0 + b \sin \Omega\tau, \quad \lambda_0(X) = a_0 S(X), \quad (3.2.11)$$

$$\eta_0(X) = a_1 S(X), \quad \eta_1(X) = a_2 S(X), \quad S(X) = c_0 + c_1 X.$$

Тогда, используя результаты, полученные в 2.3, имеем

$$P(\tau) = \frac{1}{\beta_2} [\beta_1 e^{-\beta_0 \theta(\tau)} - a_1 e^{-a_2 \theta(\tau)}], \quad \Lambda(\tau) = \frac{f(\tau)}{P(\tau)}, \quad (3.2.12)$$

$$f(\tau) = \frac{1}{\beta_2} [\beta_0 \beta_1 e^{-\beta_0 \theta(\tau)} - a_1 a_2 e^{-a_2 \theta(\tau)}] S(\tau), \quad (3.2.13)$$

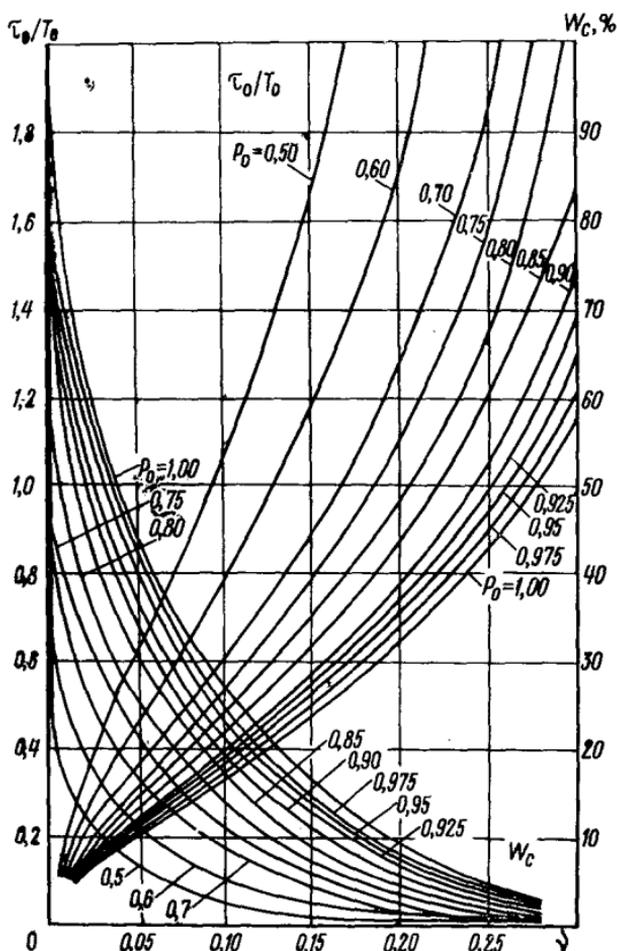


Рис. 3.2.6. Номограмма для определения τ_0/T_0 и W_c .

где

$$S(\tau) = c_0 + c_1 (b_0 + b \sin \Omega \tau),$$

$$\theta(\tau) = (c_0 + c_1 b_0) \tau + \frac{c_1 b}{\Omega} (1 - \cos \Omega \tau),$$

$$\beta_0 = a_0 + a_1, \quad \beta_1 = a_2 - a_0, \quad \beta_3 = a_2 - \beta_0.$$

Интеграл $E(\tau) = \int_0^\tau P(x) dx$ ввиду сложности аналитического выражения для $P(\tau)$ вычислялся приближенно с

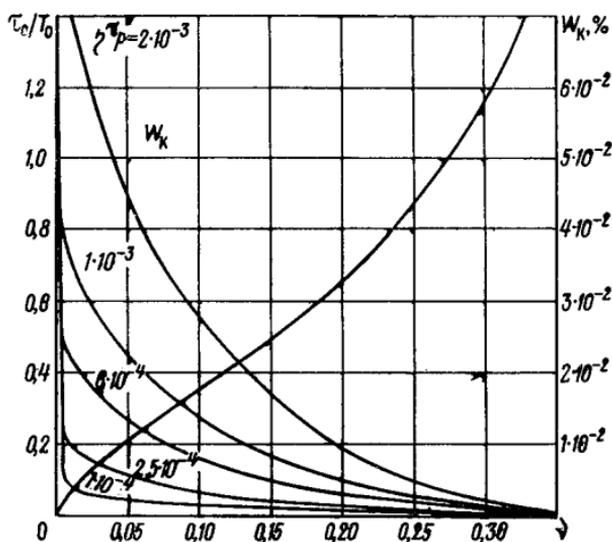


Рис. 3.2.7. Номограмма для определения τ_0/L_0 и W_k

помощью разложения подынтегральной функции в ряд Маклорена и удержания первых трех членов

$$E(\tau) = \frac{1}{\beta_2} \left\{ \beta_1 N_3 - a_1 M_3 - \beta_1 \left[N_0 + N_1 \left(r_0 \cos^2 \Omega \tau - \Omega \sin 2\Omega \tau + \frac{2\Omega^2}{r_0} \right) - N_2 \left(r_0 \cos \Omega \tau - \Omega \sin \Omega \tau \right) \right] e^{-r_0 \tau} + \right. \\ \left. + a_1 \left[M_0 + M_2 \left(d_0 \cos^2 \Omega \tau - \Omega \sin^2 \Omega \tau + \frac{2\Omega^2}{d_0} \right) - \right. \right.$$

$$-M_2(d_0 \cos \Omega\tau - \Omega \sin \Omega\tau) \left. \vphantom{M_2} \right\} e^{-d_0\tau} \}. \quad (3.2.14)$$

Здесь

$$z_0 = c_0 + c_1 b_0, \quad z_1 = \frac{c_1 b}{\Omega}, \quad r_0 = \beta_0 z_0, \quad r_1 = \beta_0 z_1,$$

$$d_0 = a_2 z_0, \quad d_1 = a_2 z_1, \quad N_0 = \frac{1 + r_1(0,5r_1 - 1)}{r_0},$$

$$N_1 = \frac{0,5r_1^2}{r_0^2 + 4\Omega^2}, \quad N_2 = \frac{r_1(0,5r_1 - 1)}{r_0^2 + \Omega^2},$$

$$N_3 = \left(r_0 + \frac{2\Omega^2}{r_0} \right) N_1 + N_0 - N_2 r_0,$$

$$M_0 = \frac{1 + d_1(0,5d_1 - 1)}{d_0}, \quad M_1 = \frac{0,5d_1^2}{d_0^2 + 4\Omega^2},$$

$$M_2 = \frac{d_1(0,5d_1 - 1)}{d_0^2 + \Omega^2},$$

$$M_3 = \left(d_0 + \frac{2\Omega^2}{d_0} \right) M_1 + M_0 - M_2 d_0.$$

Пример 3.2.3. Решим прямую и обратную задачи оптимизации ПЗ элемента без ограничений при постоянстве а) и гармоническом изменении температуры окружающей среды б) при линейных кратных зависимостях интенсивностей марковских моделей от температуры по следующим данным:

$$b_0 = 20^\circ\text{C}, \quad \Omega = 6,28 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}, \quad T = 10^4 \text{ ч}, \quad c_1 = 0,03 \text{ град}^{-1},$$

$$c_0 = 0,4; \quad a_0 = 0,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}; \quad a_1 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$a_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}; \quad \tau_{\text{II}} = 1 \text{ ч}; \quad \tau_{\text{P}} = 10 \text{ ч}; \quad c_{\text{II}} = 2 \text{ руб};$$

$$c_{\text{P}} = 40 \text{ руб};$$

$$\text{а) } b = 0^\circ\text{C}, \quad \text{б) } b = 15^\circ\text{C}.$$

Решение задач при постоянстве температуры соответствует оптимизации ПЗ элементов при обобщенно-пока-

зательном распределении ($n=2$), и поэтому, все вычисления проводятся с использованием формул (9) и (10).

Рассмотрим решение прямой задачи.

По формуле (2.3.16) определяем нормированное среднее время безотказной работы при постоянстве температуры $T_0/T=3,810$ и при гармоническом ее изменении $T_0/T=3,458$. На рис. 8 и 9 показаны графики изменения

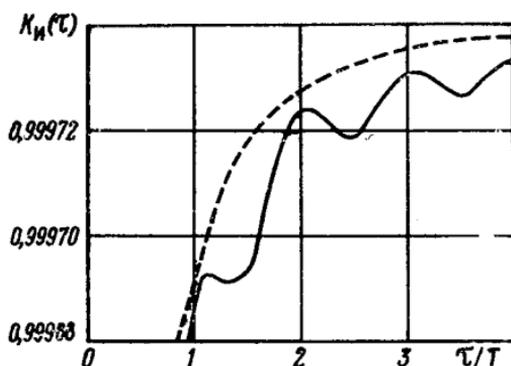


Рис. 3.2.8. Зависимость $K_n(\tau)$ от τ/T

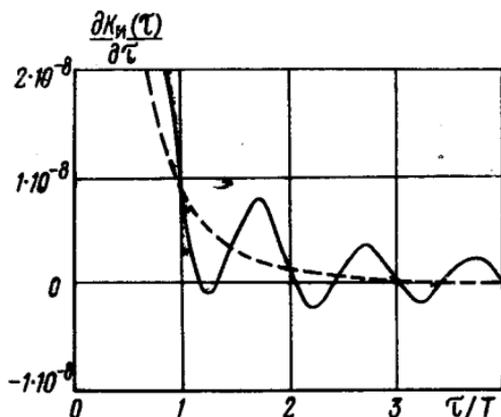


Рис. 3.2.9. Зависимость $\frac{\partial K_n(\tau)}{\partial \tau}$ от τ/T

КТИ и $\partial K_n/\partial \tau$ на интервале от 0 до 4 (т. е. на четырех периодах изменения температуры) при постоянстве (штриховые линии) и при гармоническом изменении температуры окружающей среды (сплошные линии). КТИ при гармоническом изменении температуры на интервале рассмотрения имеет четыре максимума. Значения КТИ

Таблица 3.2.1

ТЭП оптимизации	1-й тах	2-й тах	3-й тах	4-й тах
$\frac{\tau_{oi}}{T_0}$	1,17	2,04	3,01	4,00
$W_{ki}, \%$	$-0,18 \cdot 10^{-2}$	$0,135 \cdot 10^{-2}$	$0,205 \cdot 10^{-2}$	$0,227 \cdot 10^{-2}$

при этом всегда будут меньше соответствующих значений КТИ при постоянстве температуры. Кривая $\partial K_{и}/\partial \tau$ при постоянстве температуры быстро падает, оставаясь все время положительной. Кривая $\partial K_{и}/\partial \tau$ при гармоническом изменении температуры быстро падает от положительных значений до отрицательных, колеблясь около кривой $\partial K_{и}/\partial \tau$ при постоянстве температуры и четыре раза пересекая нулевой уровень с отрицательной производной (точкам пересечения соответствует тах КТИ). При постоянстве температуры не существует оптимальных периодичностей, а при гармоническом изменении мы имеем четыре оптимальные периодичности с ТЭП оптимизации, показанными в табл. 1, и

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} M [C(\tau)] = \begin{cases} 1,158 \cdot 10^{-3} \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1} & \text{— при гармоническом} \\ & \text{изменении,} \\ 1,079 \cdot 10^{-3} \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1} & \text{— при постоянстве тем-} \\ & \text{пературы.} \end{cases}$$

Следовательно, на интервале $0-4 \tau/T$ максимальный выигрыш от оптимизаций обеспечивает последний четвертый максимум.

Рассмотрим решение обратной задачи оптимизации ПЗ однотипных элементов при изменении температуры окружающей среды. На рис. 10 и 11 показаны графики $M[C(\tau)]$ и $\frac{\partial M[C(\tau)]}{\partial \tau}$ на интервале от 0 до $4 \frac{\tau}{T}$ при постоянстве температуры (штриховыми линиями), а при гармоническом изменении температуры (сплошными). М. о. УЭР при гармоническом изменении температуры имеет четыре минимума, значения $M[C(\tau)]$ всегда будут больше соответствующих значений $M[C(\tau)]$ при постоянстве температуры.

Кривая $\frac{\partial M[C(\tau)]}{\partial \tau}$ при постоянстве температуры быстро растет от отрицательных значений, пересекая нуль, до положительных и затем опять стремится к нулю. Кривая $\frac{\partial M[C(\tau)]}{\partial \tau}$ при гармоническом изменении температуры быстро растет, колеблясь около кривой $\frac{\partial M[C(\tau)]}{\partial \tau}$ при постоянстве температуры, четыре раза пересекая нуль с положительной производной (этим точкам пересечения соответствуют минимумы $M[C(\tau)]$). При постоянстве температуры

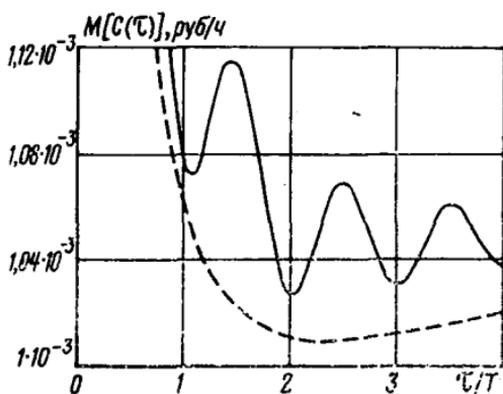


Рис. 3.2.10. Зависимость $M[C(\tau)]$ от τ/T

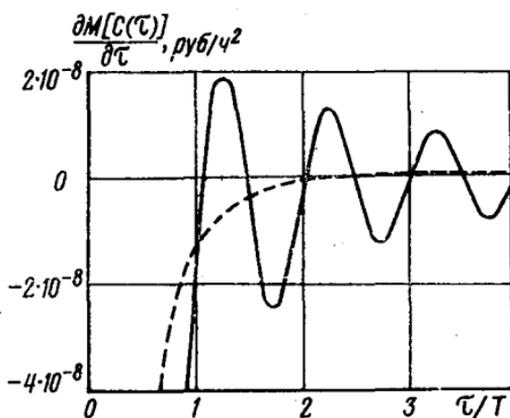


Рис. 3.2.11. Зависимость $\frac{\partial M[C(\tau)]}{\partial \tau}$ от τ/T

Таблица 3.2.2

ТЭП оптимизации	1-й min	2-й min	3-й min	4-й min
$\frac{\tau_{0i}}{T}$	1,08	2,04	3,015	4,00
$W_{ci}, \%$	7,3	11,3	11,0	10,4

оптимальная ПЗ элементов по критерию min УЭР характеризуется следующими УЭП:

$$\frac{\tau_0}{T} = 2,25, \quad W_c = 6,5\%.$$

При гармоническом изменении температуры оптимальная ПЗ по критерию min УЭР характеризуется ТЭП, показанными в табл. 2.

Таким образом, на рассматриваемом интервале максимальный выигрыш обеспечивается второй оптимальной периодичностью $\frac{\tau_{02}}{T} = 2,04$, которая близка по величине к

$$\frac{\tau_0}{T} = 2,25, \text{ определенной при постоянстве температуры.}$$

Из результатов, полученных при решении прямой и обратной задач оптимизации ПЗ элементов без ограничений при гармоническом воздействии режима, можно сделать следующие выводы:

1) амплитуда колебаний $K_{ii}(\tau)$ и $M[C(\tau)]$ с течением времени стремится к нулю;

2) значения оптимальной периодичности несколько превышают по величине времена, кратные периоду колебаний параметра режима, причем с увеличением номера τ_{0i} разница между ними быстро уменьшается до нуля;

3) определение значений оптимальной периодичности целесообразно проводить в точках пересечения соответствующими производными $\left(\frac{\partial K_{ii}(\tau)}{\partial \tau} \text{ или } \frac{\partial M[C(\tau)]}{\partial \tau} \right)$ нулевых уровней;

4) возможно существование оптимальной периодичности как с положительным, так и с отрицательным вы-

игрышем; естественно если оптимальная периодичность с положительным выигрышем (не обязательно максимальным) может применяться по различного рода организационным соображениям, то применение оптимальной периодичности с отрицательным выигрышем практически нецелесообразно;

5) оптимальная периодичность, которой соответствует наибольший выигрыш, близка по величине к оптимальной периодичности, определенной при постоянстве режима.

Рассмотрим оптимизацию ПЗ однотипных элементов без ограничений при стационарном изменении параметра режима эксплуатации.

$$X(\tau) = b_0 + b \sin(\omega\tau + \varphi_0),$$

где $b = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$; $\varphi_0 = \text{arctg} \frac{A_1}{A_2}$; b_0 — постоянное значение A_1 ; A_2 и ω — независимые случайные величины из канонического разложения В. И. Чернецкого (см. 2.2) и линейных кратных зависимостей интенсивностей марковских моделей от этого параметра (11).

Для определения τ_0 , W_c и W_k используем формулы для вероятности безотказной работы и интенсивности отказов (2.3.5), (2.3.7) и (2.3.12), где

$$S(\tau) = c_0 + c_1 [b_0 + b \sin(\omega\tau + \varphi_0)], \quad (3.2.16)$$

$$\theta(\tau) = (c_0 + c_1 b_0) \tau + \frac{c_1 b}{\omega} [\cos \varphi_0 - \cos(\omega\tau + \varphi_0)]. \quad (3.2.17)$$

Интеграл $E(\tau) = \int_0^\tau P(x) dx$ вычисляется приближенно с помощью разложения подынтегральной функции в ряд Тейлора в окрестности точек $\tau_\mu = \frac{2\mu\pi}{\omega}$, $\mu = 0, 1, 2, \dots$ и удержания первых трех членов

$$E(\tau) = \frac{1}{\beta_2} \{ \beta_1 \{ N_0 + N_1 K_0 + N_2 K_2 - [N_0 + N_1 (K_0 \cos \omega\tau - K_1 \sin \omega\tau) + N_2 (K_2 \cos 2\omega\tau - K_3 \sin 2\omega\tau)] e^{-r_1 \tau} - a_1 \{ M_0 + M_1 L_0 + M_2 L_2 - [M_0 + M_1 (L_0 \cos \omega\tau - L_1 \sin \omega\tau) + M_2 (L_2 \cos 2\omega\tau - L_3 \sin 2\omega\tau)] e^{-d_1 \tau} \}, \quad (3.2.18)$$

где

$$z_0 = c_0 + c_1 b_0; \quad z_1 = c_1 b; \quad r_0 = \frac{\beta_0 z_1}{\omega};$$

$$r_1 = \beta_0 z_0; \quad d_0 = \frac{a_2 z_1}{\omega};$$

$$d_1 = a_2 z_0; \quad K_0 = r_1 \cos \varphi_0 - \omega \sin \varphi_0; \quad K_1 = \omega \cos \varphi_0 + r_1 \sin \varphi_0;$$

$$K_2 = r_1 \cos 2\varphi_0 - 2\omega \sin 2\varphi_0; \quad K_3 = 2\omega \cos 2\varphi_0 + r_1 \sin 2\varphi_0;$$

$$N_0 = \frac{1}{r_1} [1 + r_0 (1 + 0,75r_0)]; \quad N_1 = \frac{r_0 (1 - r_0)}{r_1^2 + \omega^2};$$

$$N_2 = \frac{0,25r_0^2}{r_1^2 + 4\omega^2}; \quad M_1 = \frac{d_0 (1 - d_0)}{d_1^2 + \omega^2};$$

$$M_0 = \frac{1}{d_1} [1 + d_0 (1 + 0,75d_0)];$$

$$M_2 = \frac{0,25d_0^2}{d_1^2 + 4\omega^2}; \quad L_0 = d_1 \cos \varphi_0 - \omega \sin \varphi_0;$$

$$L_1 = \omega \cos \varphi_0 + d_1 \sin \varphi_0;$$

$$L_2 = d_1 \cos 2\varphi_0 - 2\omega \sin 2\varphi_0; \quad L_3 = 2\omega \cos 2\varphi_0 + d_1 \sin 2\varphi_0.$$

Естественно, при стационарном воздействии параметра режима ТЭП оптимизации будут являться функциями случайных величин, т. е. будут также случайными величинами. Поэтому определение ТЭП необходимо проводить или на уровне математических ожиданий, или по требуемой доверительной вероятности производить интегральную оценку. Для вычисления моментов и законов распределения ТЭП оптимизации целесообразно применять приближенные методы, показанные в Приложении 1.

Вычисление ТЭП оптимизации ПЗ элементов без ограничений приводит к большому объему вычислений. Поэтому для определения этих показателей при решении прямой и обратной задач составлены программы: О-ПЗ-Э — при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) и О-ПЗ-Э-ГР — при распределении

типа ОПР и гармоническом воздействии режима эксплуатации ЭЦВМ «Мир-1» (см. Приложение 5).

Итак, в данном параграфе решены прямые и обратные задачи оптимизации ПЗ однотипных элементов без ограничений. В дополнение к оптимальной периодичности введены новые экономические показатели эффективности — выигрыши от оптимизации по КТИ и по м. о. УЭР. Получены аналитические выражения для оптимизации при гамма-распределении и типа ОПР времени безотказной работы при детерминированном гармоническом и случайном стационарном воздействии режима эксплуатации. Показано, что если при постоянстве режима существует единственное значение оптимальной периодичности, то при гармоническом воздействии их бесконечное множество. Рассмотрение теоретических положений подробно иллюстрировано рядом примеров. Для проведения оптимизации ПЗ элементов без ограничений предложены обобщенные инженерные номограммы и программы на ЭЦВМ «Мир-1».

Полученные результаты являются основой для оптимизации групповой ПЗ разнотипных элементов устройств при построении оптимальных адаптивных регламентов технического обслуживания изделий.

3.3. Оптимизация ПЗ однотипных элементов при ограничении в виде функционала

В данном параграфе рассматривается решение прямой и обратной задач оптимизации ПЗ однотипных элементов при ограничении в виде функционала, постановка которых предложена в параграфе 3.1. Решение оптимальных задач проводится с использованием неопределенных множителей Лагранжа.

Рассмотрим решение прямой задачи, т. е. определение оптимальных значений управляемых переменных по критерию \max КТИ при $M[C(\tau, \tau_n, \tau_p)] = c_1$ (задача ПЗ-1210).

Вспомогательная функция Лагранжа

$$\Phi(\tau, \tau_n, \tau_p) = \frac{E(\tau)}{E(\tau) + N(\tau, \tau_n, \tau_p)} - \pi \left[\frac{A(\tau, \tau_n, \tau_p)}{E(\tau)} - c_1 \right], \quad (3.3.1)$$

где $\pi = \frac{\partial K_{II}}{\partial c_1}$ — неопределенный множитель Лагранжа, который показывает, насколько изменится K_{II} при изменении c_1 на единицу УЭР;

$$E(\tau) = \int_0^{\tau} P(x) dx; \quad N(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = \tau_p + (\tau_{II} - \tau_p) P(\tau);$$

$$A(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = Q(\tau_p) + [\varphi(\tau_{II}) - Q(\tau_p)] P(\tau).$$

Оптимальные решения находятся из системы четырех трансцендентных уравнений, которая образуется при приравнивании нулю производных от функции $\Phi(\tau, \tau_{II}, \tau_p)$ по всем переменным (τ, τ_{II}, τ_p и π):

$$\pi = \frac{[E(\tau)]^2 [P(\tau) N(\tau, \tau_{II}, \tau_p) - E(\tau) K(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]}{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2 [E(\tau) D(\tau, \tau_{II}, \tau_p) - P(\tau) A(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]},$$

$$\pi = - \frac{[E(\tau)]^2}{\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} [E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2}, \quad (3.3.2)$$

$$\pi = - \frac{[E(\tau)]^2}{\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} [E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]},$$

$$A(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = c_1 E(\tau),$$

где $D(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = [Q(\tau_p) - \varphi(\tau_{II})] f(\tau); \quad K(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = (\tau_p - \tau_{II}) f(\tau).$

Из второго и третьего уравнения системы (2) легко вывести соотношение, которое должно существовать между оптимальными значениями τ_{II0} и τ_{p0}

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = \frac{\partial Q}{\partial \tau_p}. \quad (3.3.3)$$

Система (2) вырождается в систему двух трансцендентных уравнений относительно τ и τ_{II}

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = \frac{E(\tau) [D(\tau, \tau_{II}, \tau_p) - c_1 P(\tau)]}{E(\tau) K(\tau, \tau_{II}, \tau_p) - P(\tau) N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)}, \quad (3.3.4)$$

$$A(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = c_1 E(\tau).$$

Аналогично может быть получена система относительно переменных τ и τ_{II} .

Следовательно, определение оптимальных решений необходимо производить следующим образом. Из системы (4) находится τ_0 и τ_{II0} , затем, подставляя их в соотношение (3), определяется τ_{p0} и наконец, подставляя найденные оптимальные решения в первое уравнение системы (2), вычисляется μ_0 .

Рассмотрим решение обратной задачи, т. е. определение оптимальных значений управляемых переменных по критерию \min УЭР при $K_{II}(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = K_{II1}$ (задача ПЗ-2210). Вспомогательная функция Лагранжа

$$I(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = \frac{A(\tau, \tau_{II}, \tau_p)}{E(\tau)} - \mu \left[\frac{E(\tau)}{E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)} - K_{II1} \right], \quad (3.3.5)$$

где $\mu = \frac{\partial M[C]}{\partial K_{II1}}$ — неопределенный множитель Лагранжа, который показывает, насколько изменится м. о. УЭР при изменении K_{II1} на единицу.

Оптимальные решения находятся из системы четырех трансцендентных уравнений, которая образуется при приравнивании нулю производных от функции $I(\tau, \tau_{II}, \tau_p)$ по всем переменным:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2 [D(\tau, \tau_{II}, \tau_p) E(\tau) - P(\tau) A(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]}{[E(\tau)]^2 [P(\tau) N(\tau, \tau_{II}, \tau_p) - E(\tau) K(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]}, \\ \mu &= - \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2}{[E(\tau)]^2}, \\ \mu &= - \frac{\partial Q}{\partial \tau_p} \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2}{[E(\tau)]^2}, \\ N(\tau, \tau_{II}, \tau_p) &= E(\tau) \left(\frac{1}{K_{II1}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

Из второго и третьего уравнений системы (6) также следует соотношение (3) между оптимальными значе-

ниями $\tau_{п0}$ и $\tau_{р0}$: Система (6) вырождается в систему трансцендентных уравнений относительно переменных τ и $\tau_{п}$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п}} = \frac{E(\tau) D(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) - P(\tau) A(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})}{E(\tau) \left[K(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) - \left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right) P(\tau) \right]}, \quad (3.3.7)$$

$$N(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) = E(\tau) \left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right).$$

Аналогично может быть получена система относительно τ и $\tau_{р}$. Таким образом, при определении оптимальных решений из системы (7) определяются τ_0 и $\tau_{п0}$, затем, подставляя найденные оптимальные значения в соотношение (3), находится $\tau_{р0}$ и, наконец, подставляя найденные значения переменных в первое уравнение системы (6), вычисляется μ_0 .

Рассмотрим решение оптимальных задач при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) в степенных функциональных зависимостях $c_{п}$ от $\tau_{п}$ и $c_{р}$ от $\tau_{р}$

$$\varphi(\tau_{п}) = r_{п} \tau_{п}^{q_{п}} \quad Q(\tau_{р}) = r_{р} \tau_{р}^{q_{р}}. \quad (3.3.8)$$

Тогда

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п}} = q_{п} r_{п} \tau_{п}^{q_{п}-1}, \quad \frac{\partial Q}{\partial \tau_{р}} = q_{р} r_{р} \tau_{р}^{q_{р}-1},$$

а соотношение (3) преобразуется

$$c_{р0} = \frac{q_{п}}{q_{р}} \frac{\tau_{р0}}{\tau_{п0}} c_{п0}, \quad \tau_{р0} = \sqrt[q_{о}-1]{\frac{r_{п} q_{п}}{r_{р} q_{р}} \tau_{п}^{q_{о}-1}} \quad \text{или}$$

$$\tau_{п0} = \sqrt[q_{п}-1]{\frac{r_{р} q_{р}}{r_{п} q_{п}} \tau_{р0}^{q_{п}-1}}. \quad (3.3.9)$$

Система (7) для прямой и обратной задачи имеет простое решение при $q_{п} = q_{р} = q$ (или $\tau_{р} = \frac{\tau_{п}}{v}$). Тогда τ_0 определяется из известного трансцендентного уравнения (3.2.1), где $v = \sqrt[q-1]{\frac{r_{р}}{r_{п}}}$.

Остальные оптимальные решения имеют вид для прямой задачи

$$\tau_{п0} = \sqrt[q]{\frac{c_1 E(\tau_0)}{r_{п} \left[\frac{1}{v} - \left(\frac{1}{v} - 1 \right) P(\tau_0) \right]}},$$

$$\tau_{р0} = \frac{\tau_{п0}}{v}, \quad c_{р0} = \frac{c_{п0}}{v}, \quad (3.3.10)$$

для обратной задачи

$$\tau_{п0} = \frac{\left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right) E(\tau_0)}{\frac{1}{v} - \left(\frac{1}{v} - 1 \right) P(\tau_0)}, \quad \tau_{р0} = \frac{v_{п0}}{v}, \quad c_{р0} = \frac{c_{п0}}{v}.$$

(3.3.11)

Для определения значения τ_0 в прямой и обратной задачах при $q_{п} = q_{р} = 2$ целесообразно использование обобщенной номограммы для определения оптимальной периодичности ПЗ элементов без ограничений (см. рис. 3.2.6.) Для вычисления $\tau_{п0}$ при решении прямой и обратной задач оптимизации разработана обобщенная номограмма (рис. 1). На рис. 1 по оси абсцисс отложен $\lg v$, по левой оси ординат — θ_k —

$$\theta_k = \frac{r_{п} \tau_{п0}^2}{c_{п1}} \left(\text{здесь } c_{п1} = \frac{c_1 (1 + P_0)}{\eta} \right),$$

$$\text{а по правой оси ординат — } \theta_c = \frac{\tau_{п0}}{\left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right) \tau_0}.$$

Для вычисления оптимальных решений прямой и обратной задач при ограничении в виде функционала для гамма-распределения времени безотказной работы ($n = 2$) при $q_{п} = q_{р} = q = 2$ разработана программа О-ПЗ-Э-ФО для ЭЦВМ «Мир-1» (см. Приложение 5).

Пример 3.3.1. Рассмотрим решение прямой задачи оптимизации ПЗ однотипных элементов при ограничении в виде функционала УЭР для гамма-распределения времени безотказной работы ($n = 2$) по следующим данным: $q = 2$; $P_0 = 1,00$; $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$; $c_1 = 0,25 \cdot 10^{-2} \text{ руб. ч}^{-1}$; $r_p = 1 \text{ руб. ч}^{-2}$; $r_{п} = 11,75 \text{ руб. ч}^{-2}$.

Решение

$$C_{11} = \frac{C_1(1 + P_0)}{\eta} = \frac{0,25 \cdot 10^{-2} \cdot 2}{10^{-3}} = 5 \text{ руб};$$

$$v = \frac{r_p}{r_{II}} = \frac{1}{11,72} \simeq 0,0852; \quad T_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ ч.}$$

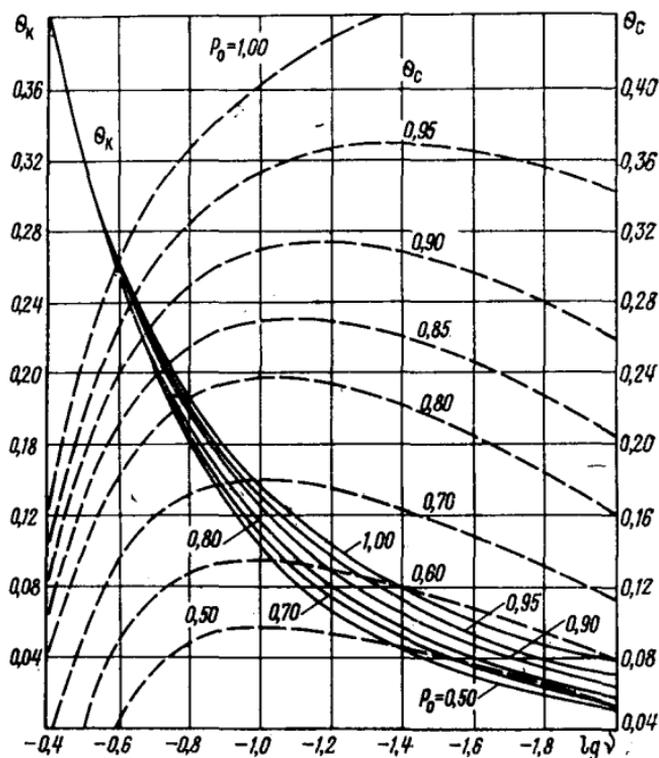


Рис. 3.3.1. Обобщенная номограмма для определения τ_{II0}

Из номограммы на рис. 3.2.6 определяем $\frac{\tau_0}{T_0} = 0,3$, т. е.

$\tau_0 = 0,3 \frac{1 + P_0}{\eta} = 0,6 \cdot 10^3 \text{ ч.}$ Из номограммы на рис. 1 находим $\theta_k = 0,124$, тогда

$$\tau_{II0} = \sqrt{\frac{C_{11}\theta_k}{r_{II}}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 0,124}{11,75}} = 0,238 \text{ ч.}$$

$$\tau_{p0} = \frac{\tau_{п0}}{\nu} = 11,75 \cdot 0,238 = 2,80 \text{ ч},$$

$$c_{п0} = \Theta_k C_{11} = 0,62 \text{ руб}, \quad c_{p0} = \frac{c_{п0}}{\nu} = 7,84 \text{ руб},$$

$$K_{п}(\tau_0, \tau_{п0}, \tau_{p0}) = 1 - 0,943 \cdot 10^{-3}.$$

Пример 3.3.2. Рассмотрим решение обратной задачи оптимизации ПЗ однотипных элементов по следующим данным:

$$q = 2; \quad P_0 = 1,00; \quad \eta = 10^{-3} \text{ ч}^{-1}; \quad r_p = 1 \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1}; \quad r_{п} = 11,75 \text{ руб}; \quad K_{п1} = 1 - 0,5 \cdot 10^{-3}.$$

Решение

$$\nu = \frac{1}{11,72} = 0,0852; \quad T_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ ч}.$$

Из номограммы на рис. 3.2.6 имеем $\tau_0 = 0,6 \cdot 10^3 \text{ ч}$, а из номограммы на рис. 1 — $\theta_c = 0,4135$. Тогда $\tau_{п0} = \theta_c \tau_0 \left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right) = 0,414 \cdot 0,6 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{1 - 0,5 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) = 0,124 \text{ ч}; \tau_{p0} = 0,124 \cdot 11,75 = 1,485 \text{ ч}; c_{п0} = 0,1809 \text{ руб}; c_{p0} = 2,125 \text{ руб}; M[C(\tau_0, \tau_{п0}, \tau_{p0})] = 0,175 \cdot 10^{-3} \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1}.$

Из решения примеров видно, что и в прямой, и в обратной задаче оптимальные продолжительности ПЗ и АР составляют не более 0,50% от оптимальной периодичности профилактики.

Итак, в данном параграфе в общем виде получены решения прямой и обратной задач оптимизации ПЗ однотипных элементов при обобщенных функциональных зависимостях стоимостей проведения от продолжительностей соответственно ПЗ и АР. Найдены частные решения прямой и обратной задач при гамма-распределении времени безотказной работы для степенной функциональной зависимости. Для вычисления оптимальных решений предлагаются обобщенные номограммы и программа на ЭЦВМ «Мир-1».

Естественно, полученные результаты являются лишь началом многостороннего и серьезного исследования обобщенной математической модели оптимизации ПЗ однотипных элементов с управлением как периодичностью профилактики, так и продолжительностями (объемами) профилактики и ремонта.

3.4. Оптимизация ПЗ однотипных элементов при комплексе ограничений — по управляемым переменным и в виде функционала

В данном параграфе рассматривается решение прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов при смешанных ограничениях по управляемым переменным и в виде функционала с использованием метода неопределенных множителей Лагранжа.

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по продолжительности профилактики $\tau_{п1}$ и одной из ТЭХ. При решении прямой задачи (max КТИ при $\tau_{п1} = \tau_{п1}$ и $M[C(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)] = c_1$ — задача ПЗ-1321) вспомогательная функция Лагранжа

$$\Phi(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) = \frac{E(\tau)}{E(\tau) + N(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)} - \pi \left[\frac{A(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)}{E(\tau)} - c_1 \right]. \quad (3.4.1)$$

Оптимальные решения определяются из системы трех трансцендентных уравнений

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{[E(\tau)]^2 [P(\tau) N(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) - [E(\tau) + N(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)]^2 [E(\tau) D(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) - \\ &\rightarrow \frac{-E(\tau) K(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)]}{-P(\tau) A(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)}], \\ \pi &= - \frac{[E(\tau)]^2}{\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} [E(\tau) + N(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)]^2}, \quad (3.4.2) \\ A(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) &= c_1 E(\tau). \end{aligned}$$

Система (2) вырождается в систему двух трансцендентных уравнений относительно τ и τ_p

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} = \frac{E(\tau) [D(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) - c_1 P(\tau)]}{E(\tau) K(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) - P(\tau) N(\tau, \tau_{п1}, \tau_p)}, \quad (3.4.3)$$

$$A(\tau, \tau_{п1}, \tau_p) = c_1 E(\tau).$$

Следовательно, из (3) определяются τ_0 и τ_{p0} , а затем, подставляя эти значения в первое уравнение системы (2), вычисляется π_0 .

При решении обратной задачи (\min УЭР при $\tau_{\pi} = \tau_{\pi 1}$ и $K_{\pi}(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) = K_{\pi 1}$ — задача ПЗ-2321) вспомогательная функция Лагранжа

$$I(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) = \frac{A(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)}{E(\tau)} - \mu \left[\frac{E(\tau)}{E(\tau) + N(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)} - K_{\pi 1} \right]. \quad (3.4.4)$$

Оптимальные решения определяются из системы

$$\mu = \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)]^2 [E(\tau) D(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) - P(\tau) A(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)]}{[E(\tau)]^2 [P(\tau) N(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) - E(\tau) K(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)]},$$

$$\mu = - \frac{\partial Q}{\partial \tau_p} \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)]^2}{[E(\tau)]^2}, \quad (3.4.5)$$

$$N(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) = E(\tau) \left(\frac{1}{K_{\pi 1}} - 1 \right).$$

Система (5) вырождается в систему

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} = \frac{E(\tau) D(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) - P(\tau) A(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p)}{E(\tau) \left[K(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) - \left(\frac{1}{K_{\pi 1}} - 1 \right) P(\tau) \right]}, \quad (3.4.6)$$

$$N(\tau, \tau_{\pi 1}, \tau_p) = E(\tau) \left(\frac{1}{K_{\pi 1}} - 1 \right).$$

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по продолжительности профилактики и одной из ТЭХ при степенных функциональных зависимостях между соответственно c_{π} и τ_{π} , c_p и τ_p

$$c_{\pi} = \varphi(\tau_{\pi}) = r_{\pi} \tau_{\pi}^{q_{\pi}}, \quad c_p = Q(\tau_p) = r_p \tau_p^{q_p}.$$

При решении прямой задачи из первого уравнения системы (3) определяется τ_0 , считая, что

$$\tau_p = \sqrt[q_p]{\frac{c_1 E(\tau) - r_{\Pi} \tau_{\Pi}^q P(\tau)}{r_p [1 - P(\tau)]}}, \quad (3.4.7)$$

а затем, зная τ_0 , определяются последовательно τ_{p0} из (7) и π_0 из первого уравнения системы (2).

При решении обратной задачи определение оптимальных значений происходит аналогично при

$$\tau_p = \frac{E(\tau) \left(\frac{1}{K_{\Pi}} - 1 \right) - \tau_{\Pi} P(\tau)}{1 - P(\tau)}. \quad (3.4.8)$$

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по продолжительности АР τ_p и одной из ТЭХ.

При решении прямой задачи (\max КТИ при $\tau_p = \tau_{p1}$ и $M[C(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})] = c_1$ — задача ПЗ-1322) вспомогательная функция Лагранжа

$$\begin{aligned} \Phi(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) &= \frac{E(\tau)}{E(\tau) + N(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})} - \\ &- \pi \left[\frac{A(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})}{E(\tau)} - c_1 \right]. \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

Оптимальные решения определяются из системы

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{[E(\tau)]^2 [P(\tau) N(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) - \\ &\rightarrow \frac{-E(\tau) K(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})}{-P(\tau) A(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})}],}{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})]^2 [E(\tau) D(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) - \\ &\rightarrow \frac{-E(\tau) K(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})}{-P(\tau) A(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})}],} \\ \pi &= - \frac{[E(\tau)]^2}{\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_{\Pi}} [E(\tau) + N(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})]^2}, \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

$$A(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) = c_1 E(\tau).$$

Система (10) вырождается в систему (11)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_{\Pi}} = \frac{E(\tau) [D(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) - c_1 P(\tau)]}{E(\tau) K(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) - P(\tau) N(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1})}. \quad (3.4.11)$$

$$A(\tau, \tau_{\Pi}, \tau_{p1}) = c_1 E(\tau).$$

Следовательно, из системы (11) вычисляются τ_0 и $\tau_{п0}$, а затем, подставляя эти значения в первое уравнение системы (1), определяются τ_0 .

При решении обратной задачи (\min УЭР при $\tau_p = \tau_{p1}$ и $K_{п}(\tau, \tau_{п}, \tau_{p1}) = K_{п1}$ — задача ПЗ-2322) вспомогательная функция Лагранжа

$$I(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) = \frac{A(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})}{E(\tau)} - \mu \left[\frac{E(\tau)}{E(\tau) + N(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})} - K_{п1} \right]. \quad (3.4.12)$$

Оптимальные решения определяются из системы]

$$\mu = \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})]^2 [E(\tau) D(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) - P(\tau) A(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})]}{[E(\tau)]^2 [P(\tau) N(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) - E(\tau) K(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})]} \rightarrow$$

$$\mu = - \frac{[E(\tau) + N(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})]^2}{[E(\tau)]^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п1}}, \quad (3.4.13)$$

$$N(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) = E(\tau) \left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right).$$

Система (13) вырождается в систему

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п1}} = \frac{E(\tau) D(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) - P(\tau) A(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1})}{E(\tau) \left[K(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) - \left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right) P(\tau) \right]}, \quad (3.4.14)$$

$$N(\tau, \tau_{п1}, \tau_{p1}) = E(\tau) \left(\frac{1}{K_{п1}} - 1 \right).$$

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по τ_p и одной из ТЭХ для степенной функциональной зависимости между соответственно $c_{п}$ и $\tau_{п}$, c_p и τ_p . При решении прямой задачи из первого уравнения системы (14) определяется τ_0 , считая, что

$$\tau_{п} = \sqrt[q_{п}]{\frac{c_{п} E(\tau) - r_{п} \tau_{п} [1 - P(\tau)]}{r_{п} P(\tau)}}, \quad (3.4.15)$$

а затем, зная τ_0 , вычисляются последовательно $\tau_{п0}$ из (15) и π_0 из первого уравнения системы (13).

Решение обратной задачи проводится аналогично при

$$\tau_{п} = \frac{E(\tau) \left(\frac{1}{K_{н1}} - 1 \right) - \tau_{p1} [1 - P(\tau)]}{P(\tau)}. \quad (3.4.16)$$

Пример 3.4.1. Рассмотрим решение прямой задачи оптимизации ПЗ однотипных элементов при ограничении по τ_p и м. о. УЭР для гамма-распределения времени безотказной работы ($n = 2$) при степенной функциональной зависимости по следующим данным: $q = q_{п} = q_p = 2$; $\eta = 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $P_0 = 0,80$; $c_1 = 0,889 \cdot 10^{-5} \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1}$; $\tau_{p1} = 0,411 \text{ ч}$; $r_{п} = 5,752$; $r_p = 1,00$.

Из решения системы (14), с использованием формулы (15), определяем $\eta\tau_0 = 2,823$; $\tau_0/T_0 = 1,569$; $\tau_0 = 2,823 \cdot 10^4 \text{ ч}$; $\tau_{п0} = 0,0448 \text{ ч}$, $K_{н}(\tau_0, \tau_{п0}, \tau_{p0}) = 1 - 0,218 \cdot 10^{-4}$.

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по периодичности ПЗ τ и одной из ТЭХ. Для решения прямой задачи (\max КТИ при $\tau = \tau_1$ и $M[C(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p)] = c_1$ —задачи ПЗ-1323) вспомогательная функция Лагранжа

$$\Phi(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p) = \frac{E(\tau_1)}{E(\tau_1) + N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p)} - \pi \left[\frac{A(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p)}{E(\tau_1)} - c_1 \right]. \quad (3.4.17)$$

Оптимальные решения определяются из системы

$$\pi = - \frac{[E(\tau_1)]^2}{\frac{\partial \Phi}{\partial \tau_{п}} [E(\tau_1) + N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p)]^2},$$

$$\pi = - \frac{[E(\tau_1)]^2}{\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} [E(\tau_1) + N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p)]^2}, \quad (3.4.18)$$

$$A(\tau_1, \tau_{п}, \tau_p) = c_1 E(\tau).$$

Система (18) вырождается в систему

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п}} = \frac{\partial Q}{\partial \tau_{р}}, \quad (3.4.19)$$

$$A(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р}) = c_1 E(\tau).$$

Следовательно, из системы (19) определяются $\tau_{п0}$ и $\tau_{р0}$, а затем из первого и второго уравнений системы (18) вычисляется π_0 . При решении обратной задачи (\min УЭР при $\tau = \tau_1$ и $K_{н}(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р}) = K_{н1}$ — задача ПЗ-2323) вспомогательная функция Лагранжа

$$I(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р}) = \frac{A(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р})}{E(\tau_1)} - \mu \left[\frac{E(\tau_1)}{E(\tau_1) + N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р})} - K_{н1} \right]. \quad (3.4.20)$$

Оптимальные решения определяются из системы

$$\begin{aligned} \mu &= - \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п}} \frac{[E(\tau_1) + N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р})]^2}{[E(\tau_1)]^2}, \\ \mu &= - \frac{\partial Q}{\partial \tau_{р}} \frac{[E(\tau_1) + N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р})]^2}{[E(\tau_1)]^2}, \end{aligned} \quad (3.4.21)$$

$$N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р}) = E(\tau_1) \left(\frac{1}{K_{н1}} - 1 \right).$$

Система (20) вырождается в систему

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{п}} = \frac{\partial Q}{\partial \tau_{р}}, \quad (3.4.22)$$

$$N(\tau_1, \tau_{п}, \tau_{р}) = E(\tau_1) \left(\frac{1}{K_{н1}} - 1 \right).$$

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по τ и одной из ТЭХ для гамма-распределения времени безотказной работы ($n = 2$) при степенной функциональной зависимости между соответственно $c_{п}$ и $\tau_{п}$, $c_{р}$ и $\tau_{р}$. Наиболее простыми получаются решения систем (19) и (21)

при $q_{\pi} = q_p = q$, тогда $\tau_{\pi} = v\tau_p$, где $v = \sqrt[q]{\frac{r_p}{r_{\pi}}}$, а τ_p определяется по формулам

$$\tau_p = \sqrt[q]{\frac{c_1 E(\tau)}{r_p [1 + (v-1) P(\tau_1)]}} \text{ — для прямой задачи,}$$

$$\tau_p = \frac{\left(\frac{1}{K_{\text{нп}}} - 1\right) E(\tau_1)}{1 - (v-1) P(\tau_1)} \text{ — для обратной задачи.}$$

Итак, в данном параграфе получены общие решения оптимальных задач ПЗ однотипных элементов при ограничении по управляемым переменным и в виде функционала (той или иной ТЭХ) для обобщенных функциональных зависимостей между стоимостями проведения работ и соответственно продолжительностями профилактики и аварийного ремонта. Определены частные решения для всех задач при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) при степенных функциональных зависимостях.

Полученные результаты могут быть полезны при построении оптимальных адаптивных регламентов технических изделий с учетом ограничений.

3.5. Оптимизация ПО однотипных устройств без ограничений

Профилактическое обслуживание устройств является основной формой технического обслуживания изделий.

В этом параграфе продолжается рассмотрение модели оптимизации ПО однотипных устройств без ограничений, начатое в параграфе 3.1. Решаются прямые и обратные задачи оптимизации при гамма-распределении ($n=2$) и распределении типа ОНР времени безотказной работы при гармоническом воздействии режима эксплуатации и случайных вариациях параметров марковских моделей [26].

Оптимальная периодичность τ_0 в прямой и обратной задачах определяются из обобщенного трансцендентного уравнения

$$L(\tau) = \delta, \quad \text{где } L(\tau) = \tau \Lambda(\tau) + \ln P(\tau) \quad (3.5.1)$$

$$\delta = \begin{cases} \frac{\tau_{\Pi}}{\tau_{\text{P}}} & \text{— при оптимизации по критерию max КТИ,} \\ \frac{c_{\Pi}}{c_{\text{P}}} & \text{— при оптимизации по критерию min УЭР.} \end{cases}$$

Для оценки эффективности оптимизации используются технико-экономические показатели — оптимальная периодичность и выигрыши от оптимизации по КТИ (W_k) и по м.о. УЭР (W_c).

$$W_k = \frac{\Lambda(\tau_0) - \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau)}{\tau_{\text{P}}^{-1} + \Lambda(\tau_0)} \cdot 100\%, \quad (3.5.2)$$

$$\begin{aligned} W_c &= \left\{ 1 - \frac{M[C(\tau_0)]}{\lim_{\tau \rightarrow \infty} M[C(\tau)]} \right\} 100\% = \\ &= \left\{ 1 - \frac{\Lambda(\tau_0)}{\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau)} \right\}, \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

Рассмотрим определение ТЭП эффективности оптимизации ПО одноступенчатых устройств в прямой и обратной задачах при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$). Тогда τ_0 находится из уравнения

$$\ln(1 + P_0 \eta \tau) - \frac{\eta \tau P_0}{1 + P_0 \eta \tau} = \delta. \quad (3.5.4)$$

При решении трансцендентного уравнения (4) целесообразно использование итерационного алгоритма

$$\tau_{0i} = \frac{\exp(\delta + z_{i-1}) - z_{i-1} - 1}{\eta(1 + P_0 \eta \tau_{0, i-1})}, \quad (3.5.5)$$

где

$$z_{i-1} = \frac{P_0 \eta_{0, i-1}}{1 + P_0 \eta \tau_{0, i-1}}.$$

Предлагаемый алгоритм обладает усиленной сходимостью, что позволяет за две-три итерации определять τ_0 с погрешностью не более 0,5%.

Так как при гамма-распределении $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau) = \eta$, то аналитические выражения для выигрышей от оптимизации упрощаются

$$W_k = \left[1 - \frac{1}{P_0} \left(\frac{1}{\eta \tau_p} + 1 \right) (1 + P_0 \eta \tau_0) \right]^{-1} \cdot 100\%, \quad (3.5.6)$$

$$W_c = P_0 (1 + P_0 \eta \tau_0)^{-1} \cdot 100\%, \quad (3.5.7)$$

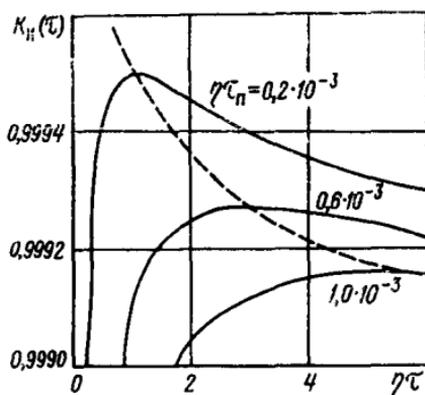


Рис. 3.5.1. Зависимость $K_n(\tau)$ от периодичности и длительности профилактики ($P_0=1$, $\eta \tau_p = 1 \cdot 10^{-3}$)

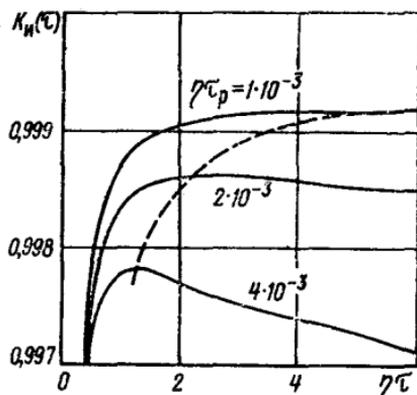


Рис. 3.5.2. Зависимость $K_n(\tau)$ от периодичности и длительности профилактики ($P_0=1$, $\eta \tau_p = 1 \cdot 10^{-3}$)

Следовательно, при решении прямой и обратной задач оптимизации ПО однотипных устройств вначале определяется нормированная оптимальная периодичность $\eta \tau_0$, затем вычисляется τ_0 и далее выигрыши от оптимизации.

Рассмотрим поведение коэффициента технического использования при гамма-распределении. На рис. 1 показано изменение $K_n(\tau)$ в зависимости от нормированных периодичности $\eta \tau$ и продолжительности профилактики $\eta \tau_p$ ($\eta \tau_p = \text{const}$, $P_0 = \text{const}$). На рис. 2 показано поведение $K_n(\tau)$ в зависимости от нормированных периодичности и продолжительности АР $\eta \tau_p$ ($\eta \tau_p = \text{const}$, $P_0 = \text{const}$). Поведение $K_n(\tau)$ в зависимости от периодичности $\eta \tau$ и начальной вероятности P_0 , которая характеризует распределение определяющего параметра

устройства в начальный момент времени, рассмотрено на рис. 3.

Из рисунков видно, что $K_{II}(\tau)$ при ПО устройств изменяется аналогично $K_{II}(\tau)$ при ПЗ элементов. Только зависимость от $\eta\tau_0$ начальной вероятности P_0 выражена значительно слабее.

Для вычисления ТЭП оптимизации ПО устройств при гамма-распределении времени безотказной работы

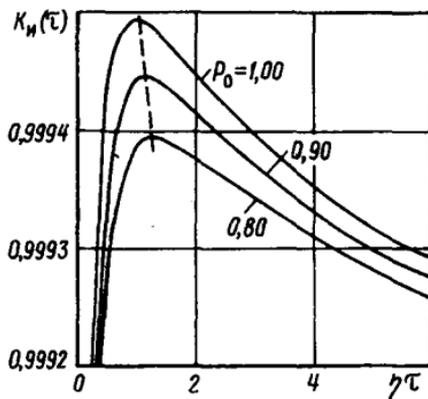


Рис. 3.5.3. Зависимость $K_{II}(\tau)$ от $\eta\tau$ и P_0 ($\eta\tau_{II} = 0,2 \cdot 10^{-3}$, $\eta\tau_{р} = 1 \cdot 10^{-3}$)

($n=2$) разработаны обобщенные инженерные номограммы. На рис. 4 показана номограмма для определения отношения оптимальной периодичности к среднему времени безотказной работы — τ_0/T_0 и выигрыша от оптимизации по м.о. УЭР — W_c в зависимости от $\ln \delta$ при решении прямой и обратной задач. С увеличением $\ln \delta$ значения τ_0/T_0 быстро возрастают от нуля до бесконечности, выигрыш W_c быстро уменьшается от 100% до нуля. Номограмма для определения ТЭП эффективности оптимизации по критерию \max КТИ при начальной вероятности в зависимости от $\ln \delta$ приведена на рис. 5. С увеличением $\ln \delta$ выигрыш W_k быстро уменьшается от 100% до нуля. С увеличением нормированной продолжительности АР $\eta\tau_p$ выигрыш от оптимизации возрастает. Для случая $P_0 \neq 1,0$ могут быть построены аналогичные номограммы, позволяющие вычислять оптимальные ТЭП с погрешностью не более одного процента.

Рассмотрим определение ТЭП оптимизации ПО одноступенчатых устройств при гармоническом воздействии пара-

метра режима. В работе [28] показано, что при вычислении оптимальных решений трудности увеличиваются на порядок, так как уже существует бесконечное множество оптимальных решений.

Решение оптимальных задач проводится с использованием формул (3.2.11) — (3.2.13). Тогда, используя (2.3.18), имеем

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau) = \min [(a_0 + a_1), a_2] \lim_{\tau \rightarrow \infty} [c_0 + c_1 (b_0 + b \sin \Omega \tau)], \quad (3.5.8)$$

т. е. $K_{II}(\tau)$ и $M[C(\tau)]$ при $\tau \rightarrow \infty$ являются не постоянными величинами, а гармоническими функциями времени. Использование колеблющейся точки отсчета неудобно

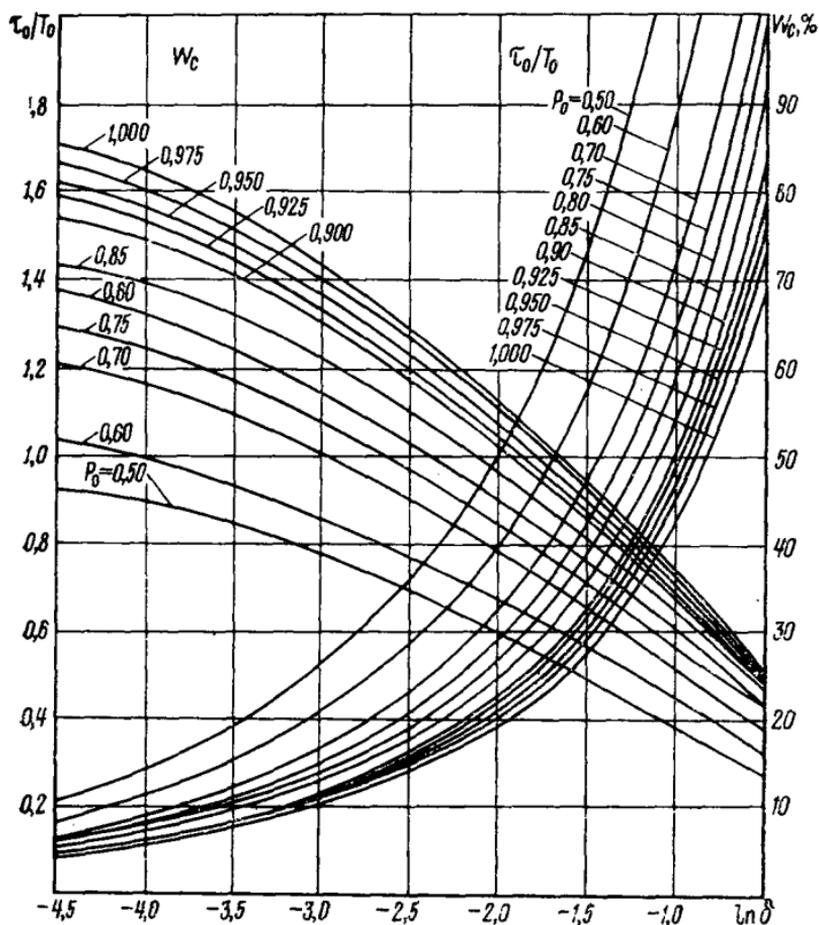


Рис. 3.5.4. Номограмма для определения τ_0/T_0 и W_c

при определении выигрышей, поэтому целесообразно применять в качестве отсчетного установившееся значение средней интенсивности отказов

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_0(\tau) = \min [(a_0 + a_1), a_2] \int_0^{\tau} [c_0 + c_1(b_0 + b \sin \Omega \tau)] dt =$$

$$= \min [(a_0 + a_1), a_2] (c_0 + c_1 b_0). \quad (3.5.9)$$

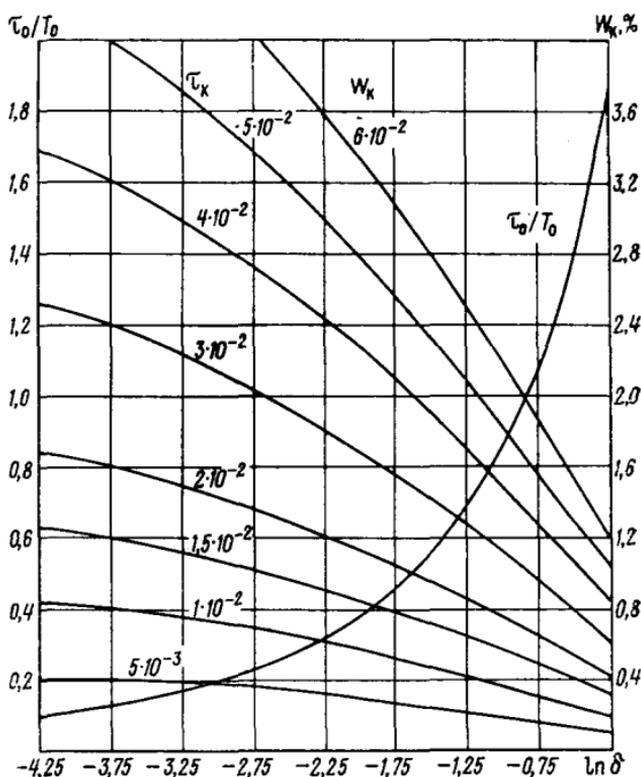


Рис. 3.5.5. Номограмма для определения τ_0/T_0 и W_k

Пример 3.5.1. Рассмотрим решение прямой и обратной задач оптимизации ПО однотипных устройств без ограничений при постоянстве а) и гармоническом изменении температуры окружающей среды б) для линейных кратных зависимостей марковских моделей от температуры (параграф 2.3) по следующим данным:

$$a_0 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}; \quad a_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}; \quad a_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

$$c_0 = 1; c_1 = 0,02 \text{ град}^{-1}; b_0 = 20^\circ \text{C}, \Lambda = 1,256 \cdot 10^{-3} \cdot \text{ч}^{-1};$$

$$T = 5 \cdot 10^3 \text{ ч}; \tau_{II} = 1,5 \text{ ч}; \tau_p = 2,0 \text{ ч}; c_{II} = 60 \text{ руб.}$$

$$c_p = 100 \text{ руб.}$$

а) $b = 0^\circ \text{C}$; б) $b = 15^\circ \text{C}$.

Решение оптимальных задач при постоянстве температуры соответствует оптимизации ПО устройств без

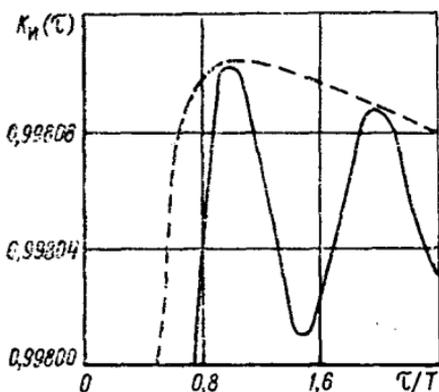


Рис. 3.5.6. Зависимость K_{II} от τ/T

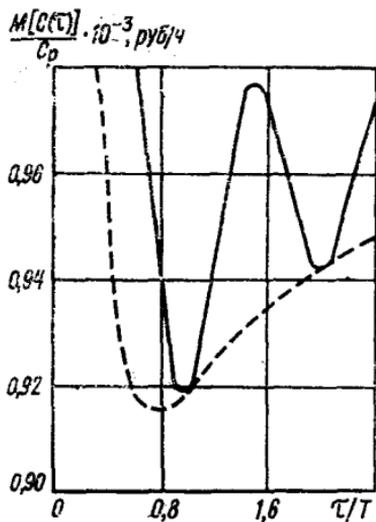


Рис. 3.5.7. Зависимость УЭР от τ/T .

ограничений при распределении типа ОПР ($n=2$) (3.2.9) — (3.2.10).

При постоянстве и гармоническом изменении температуры установившееся значение средней интенсивности отказов

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_0(\tau) = 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ ч.}$$

На рис. 6 и 7 показаны графики КТИ и м. о. УЭР при постоянстве (штриховыми линиями) и гармоническом изменении температуры (сплошными линиями). Из рисунков видно, что графики $K_{II}(\tau)$ и $M[C(\tau)]$, построенные при постоянстве температуры, являются огибающими максимумов $K_{II}(\tau)$ и минимумов $M[C(\tau)]$, определенных при гармоническом изменении температуры.

На рис. 8 рассмотрено поведение функции $L(\tau)$ (1) при постоянстве (штриховыми линиями) и при гармоническом изменении температуры (сплошными линиями). Функцию $L(\tau)$ пересекают прямые $S_1 = \frac{c_{II}}{c_p} = 0,6$, $\delta_2 = \frac{\tau_{II}}{\tau_p} = 0,75$. Точкам пересечения $L(\tau)$ с этими прямыми (на участках с положительными производными) соответствуют max КТИ и min м. о. УЭР.

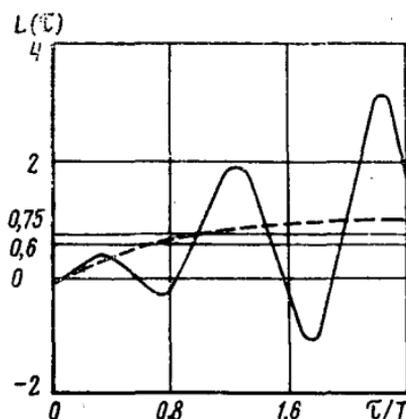


Рис. 3.5.8. Зависимость $L(\tau)$ от τ/T .

При постоянстве температуры в прямой и обратных задачах существует только одна оптимальная периодичность с ТЭП, представленными в табл. 1.

При гармоническом изменении температуры на рассматриваемом интервале в прямой и обратной задачах существуют только две оптимальные периодичности с ТЭП, показанными в табл. 2.

Из анализа рисунков видно, что поведение КТИ и м. о. УЭР при оптимизации ПО устройств без ограни-

Таблица 3.5.1

ТЭП оптимизации	Прямая задача	Обратная задача
$\frac{\tau_0}{T}$	0,96	0,7
W_R и W_c	$0,64 \cdot 10^{-2}\%$	6,4%

Таблица 3.5.2

ТЭП оптимизации	Прямая задача		Обратная задача	
	1-й max	2-й max	3-й min	4-й min
$\frac{\tau_0}{T_0}$	0,99	1,98	0,97	1,96
$\frac{W_h}{W_c}$	$0,64 \cdot 10^{-2}\%$	$0,48 \cdot 10^{-2}\%$	6,13%	3,75%

чений и гармоническом воздействии параметра режима аналогично поведению КТИ и м.о. УЭР при оптимизации ПЗ элементов без ограничений.

Для вычисления ТЭП оптимизации ПО устройств без ограничений разработаны программы на ЭЦВМ «Мир-1» при постоянстве параметра режима (гамма-распределение времени безотказной работы) — О-ПО-У и гармоническом его изменении -О-ПО-У-ГР (см. Приложение 5).

Решение оптимальных задач ПО устройств без ограничений при случайной вариации параметров марковских процессов проводится с использованием приближенных вероятностных методов, рассмотренных в Приложении 1 и программы ПВ-МПРФ-2 (см. Приложение 3).

Пример 3.5.2. Рассмотрим решение обратной задачи оптимизации ПО устройств без ограничений при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) и случайной вариации параметров модели по следующим исходным данным:

$$m(\eta) = 1 \cdot 10^{-3} \eta^{-1}, \quad m(c_n c_p^{-1}) = 2,$$

$$V(\eta) = V(c_n c_p^{-1}) = 0,1, \quad P_0 = 0,95.$$

Используя программу ПВ-МПРФ-2, определим моменты и законы распределения оптимальной периодичности и выигрыша от оптимизации по м.о. УЭР (табл. 3) и коэффициенты влияния внутренних параметров на вариацию τ_0 и W_c (считаем $X_1 = c_n c_p^{-1}$, $X_2 = \eta$)

$$KB_1[V(\tau_0)] = KB_1[V(W_c)] = 0,824,$$

$$KB_2[V(\tau_0)] = KB_2[V(W_c)] = 0,176.$$

ТЭП оптимизации	m	σ	V	A	E
τ_0	$1,967 \cdot 10^4$ ч	$0,503 \cdot 10^4$ ч	0,256	0,677	-0,166
W_c	5,48%	2,27%	0,414	1,014	1,504

На рис. 9. показаны графики плотностей распределения τ_0 —1 и W_c —2.

Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) вариации ТЭП эффективности оптимизации значительно превышают вариации внутренних параметров $c_{п}c_{р}^{-1}$

$$\text{и } \eta \left(\frac{V(\tau_0)}{V(x_i)} = 2,56; \quad \frac{V(W_c)}{V(x_i)} = 4,14, i = 1, 2 \right);$$

2) основным внутренним параметром, влияющим на дисперсию ТЭХ оптимизации, является отношение $c_{п}c_{р}^{-1}$;

3) если законы распределения τ_0 незначительно отличаются от нормального, то закон распределения W_c имеет заметное отличие.

Итак, в данном параграфе решены прямые и обратные задачи оптимизации ПО одностипных устройств без

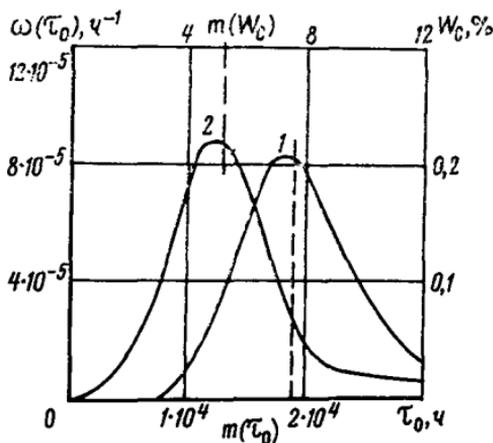


Рис. 3.5.9. Зависимость плотностей распределения и W_c от τ_0

ограничений. Для оценки эффективности оптимизации, кроме оптимальной периодичности, предложены также выигрыши от оптимизации по КТИ и м.о. УЭР. Выведены аналитические выражения для ТЭП эффективности оптимизации при гамма-распределении и распределении типа ОПР ($n=2$) времени безотказной работы при гармоническом изменении режима и случайных вариациях параметров марковских моделей.

Показано, что если при постоянстве режима существует только одно оптимальное решение, то при гармоническом изменении режима таких решений будет бесконечное множество (при законе распределения времени безотказной работы с возрастающей и ограниченно-возрастающей функцией интенсивности). Для вычисления ТЭП оптимизации разработаны обобщенные инженерные номограммы и программы для ЭЦВМ «Мир-1».

Полученные результаты являются необходимой основой для проведения оптимизации групповых ПО однотипных устройств и построения оптимальных адаптивных регламентов технического обслуживания изделий.

3.6. Оптимизация ПО однотипных устройств при ограничении в виде функционала

В данном параграфе рассматривается решение прямой и обратной задач оптимизации ПО однотипных устройств при ограничении в виде функционала (одной из ТЭХ).

Рассмотрим решение прямой задачи, т. е. определение оптимальных значений управляемых переменных по критерию \max КТИ при $M[C(\tau)] = c_1$ (задача ПО-1210).

Вспомогательная функция Лагранжа

$$\Phi(\tau, \tau_n, \tau_p) = \frac{\tau}{M(\tau, \tau_n, \tau_p)} - \pi \left[\frac{B(\tau, \tau_n, \tau_p)}{\tau} - c_1 \right], \quad (3.6.1)$$

где

$$M(\tau, \tau_n, \tau_p) = \tau + \tau_n - \tau_p \ln P(\tau),$$

$$B(\tau, \tau_n, \tau_p) = \varphi(\tau_n) - Q(\tau_p) \ln P(\tau).$$

Оптимальные решения определяются из системы четырех трансцендентных уравнений

$$\pi = - \frac{\tau^2 [\tau_{II} - \tau_p L(\tau)]}{[M(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2 [\varphi(\tau_{II}) - Q(\tau_p) L(\tau)]},$$

$$\pi = \frac{\tau^2}{\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} [M(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2},$$
(3.6.2)

$$\pi = \frac{\tau^2}{\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} [M(\tau, \tau_{II}, \tau_p)]^2},$$

$$B(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = c_1 \tau,$$

где $L(\tau) = \tau L(\tau) + \ln P(\tau)$.

Из второго и третьего уравнений системы (2), как и при оптимизации ПЗ элементов, следует соотношение (3.3.3), которое должно существовать между оптимальными значениями τ_{II0} и τ_{p0} . Система (2) вырождается в систему двух трансцендентных уравнений относительно τ и τ_{II}

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = - \frac{\varphi(\tau_{II}) - Q(\tau_p) L(\tau)}{\tau_{II} - \tau_p L(\tau)},$$
(3.6.3)

$$B(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = c_1 \tau.$$

Следовательно, при определении оптимальных решений последовательно из системы (3) вычисляются τ_{II0} и τ_0 , затем из формулы (3.3.3) находится τ_{p0} и далее из первого уравнения системы (2) определяется π_0 .

Рассмотрим решение обратной задачи, т. е. определение оптимальных значений управляемых переменных по критерию $\min m. o. УЭР$ при $K_{II}(\tau) = K_{III}$ (задача П-2210).

Вспомогательная функция Лагранжа

$$I(\tau, \tau_{II}, \tau_p) = \frac{B(\tau, \tau_{II}, \tau_p)}{\tau} - \mu \left[\frac{\tau}{M(\tau, \tau_{II}, \tau_p)} - K_{III} \right].$$
(3.6.4)

Система трансцендентных уравнений для отыскания оптимальных решений

$$\mu = \frac{[M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}})]^2 [\varphi(\tau_{\text{п}}) - Q(\tau_{\text{р}}) \mathcal{L}(\tau)]}{\tau^2 [\tau_{\text{п}} - \tau_{\text{р}} \mathcal{L}(\tau)]},$$

$$\mu = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{\text{п}}} \cdot \frac{[M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}})]^2}{\tau^2},$$

$$\mu = \frac{\partial Q}{\partial \tau_{\text{р}}} \cdot \frac{[M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}})]^2}{\tau^2}, \quad (3.6.5)$$

$$M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}}) = \frac{\tau}{K_{\text{п1}}}.$$

Из второго и третьего уравнений системы (5) следует соотношение (2.2.3) между оптимальными значениями $\tau_{\text{пф}}$ и $\tau_{\text{рф}}$. Система (5) вырождается в систему двух уравнений относительно τ и $\tau_{\text{п}}$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{\text{п}}} = - \frac{\varphi(\tau_{\text{п}}) - Q(\tau_{\text{р}}) \mathcal{L}(\tau)}{\tau_{\text{п}} - \tau_{\text{р}} \mathcal{L}(\tau)}, \quad (3.6.6)$$

$$M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}}) = \frac{\tau}{K_{\text{п1}}}.$$

Таким образом, оптимальные решения определяются последовательно из системы (6), соотношения (3.2.3) и первого уравнения системы (5).

Рассмотрим решение оптимальных задач при степенных функциональных зависимостях $c_{\text{п}}$ от $\tau_{\text{п}}$ и $c_{\text{р}}$ от $\tau_{\text{р}}$ (3.3.8). Тогда из соотношения (3.3.3) для оптимального ПО устройств, так же, как и при оптимизации ПЗ элементов, имеем выражения (3.3.9).

Системы (3) и (6) при $q_{\text{п}} = q_{\text{р}} = q$ вырождаются и не имеют оптимальных решений. При $q_{\text{п}} = 3$ и $q_{\text{р}} = 2$ для прямой задачи определяется из трансцендентного уравнения

$$C_1 \frac{r_{\text{п}}^2}{r_{\text{р}}^3} = \left(\frac{16}{27} \right)^3 \frac{\mathcal{L}(\tau) - \frac{4}{3} \ln P(\tau)}{\tau \mathcal{L}^4(\tau)}, \quad (3.6.7)$$

а $\tau_{п0}$ и $\tau_{р0}$ из аналитических соотношений

$$\tau_{п0} = \frac{16}{27} \frac{r_p}{r_{п} L(\tau_0)} \quad \text{и} \quad \tau_{р0} = 1,5 \frac{r_{п}}{r_p} \tau_{п0}^2. \quad (3.6.8)$$

При $q_{п} = 3$ и $q_p = 2$ для обратной задачи τ_0 определяются из уравнения

$$\frac{K_{п1} r_{п}}{(1 - K_{п1}) r_p} = \frac{27}{16} \frac{\tau L^2(\tau)}{L(\tau) - \frac{8}{9} \ln P(\tau)}, \quad (3.6.9)$$

а $\tau_{п0}$ и $\tau_{р0}$ из зависимостей (3.6.8).

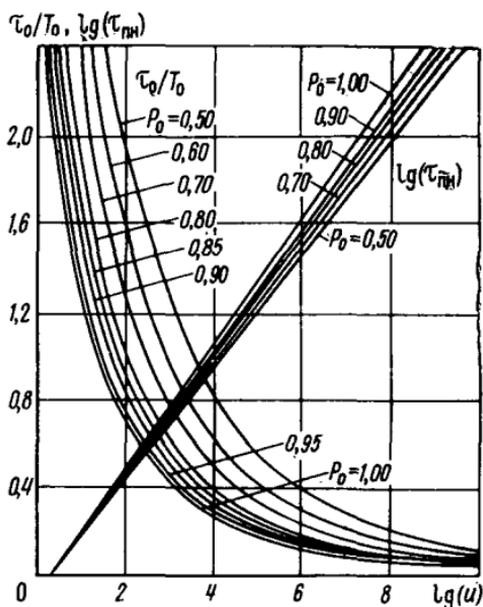


Рис. 3.6.1. Номограмма для определения $\tau_0 \cdot T_0^{-1}$ и $\lg \tau_{пн}$

Для приближенного вычисления τ_0 и $\tau_{п0}$ в прямой и обратной задачах оптимизации при гамма-распределении времени безотказной работы ($n = 2$) и $c_{п} = r_{п} \tau_{п}^2$, $c_p = r_p \tau_p^2$ разработаны инженерные номограммы, которые позволяют определять оптимальные решения с погрешностью не более (1 — 3)%. На рис. 1 показана номограмма для определения отношения $\tau_0 T_0^{-1}$ и $\lg \tau_{пн}$ при решении прямой задачи в зависимости от $\lg u$ для диапазона значений P_0 от 0,50 до

1,00 $\left(\tau_{\text{пн}} = \frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{р}}} \tau_{\text{п0}}, U = \frac{c_1 r_{\text{п}}^2}{\eta r_{\text{р}}^3} \right)$. На рис. 2 предложена номограмма для определения $\tau_0 T_0^{-1}$ и $\lg \tau_{\text{пн}}$ при решении обратной задачи в зависимости от $\lg z$ для диапазона значений P_0 от 0,50 до 1,00 $\left(\tau_{\text{пн}} = \frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{р}}} \tau_0, z = \frac{K_{\text{нл}} r_{\text{р}} \eta}{(1 - K_{\text{нл}}) r_{\text{п}}} \right)$.

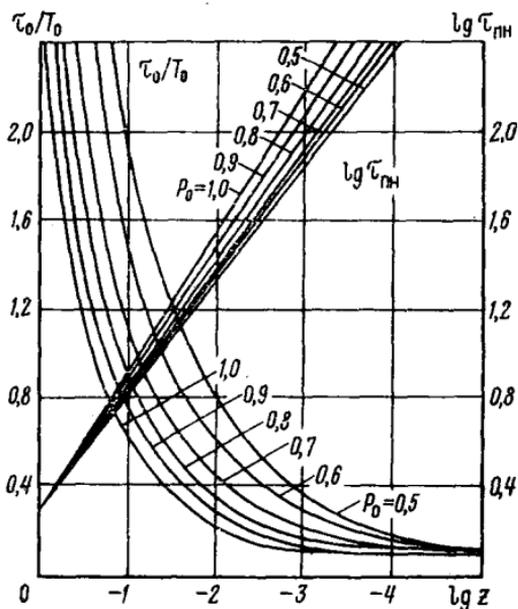


Рис. 3.6.2. Номограмма для определения $\tau_0 \cdot T_0^{-1}$ и $\lg \tau_{\text{пн}}$

Для более точных и полных вычислений оптимальных решений разработана программа О-ПО-У-ФО для ЭЦВМ «Мир-1» (см. Приложение 5).

Пример 3.6.1. Рассмотрим решение прямой задачи оптимизации ПО при гамма-распределении времени безотказной работы ($n = 2$) однотипных устройств для степенных функциональных зависимостей $c_{\text{п}} = r_{\text{п}} \tau_{\text{п}}^3$ и $c_{\text{р}} = r_{\text{р}} \tau_{\text{р}}^2$ по следующим данным: $P_0 = 1,00$; $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$; $C_1 = 0,665 \text{ руб.} \cdot \text{ч}^{-1}$; $r_{\text{п}} = 4 \text{ руб.} \cdot \text{ч}^{-3}$; $r_{\text{р}} = 1 \text{ руб.} \cdot \text{ч}^{-2}$.

Решение. Среднее время безотказной работы устройства $T_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ ч}$. Из номограммы (рис. 2) при $\lg u = 4,03$ определяем $\tau_0 T_0^{-1} = 0,2$ и $\tau_{\text{пн}} = 11,52$. Тогда $\tau_0 = 400 \text{ ч}$, $\tau_{\text{п0}} = 2,885 \text{ ч}$, $\tau_{\text{р0}} = 50,5 \text{ ч}$, $c_{\text{п0}} = 33,4 \text{ руб.}$, $c_{\text{р0}} = 2550 \text{ руб.}$, $K_{\text{н}}(\tau_0, \tau_{\text{п0}}, \tau_{\text{р0}}) = 0,895$, $\pi_0 = 3,05 \cdot 10^{-3} \text{ ч} \cdot \text{руб.}^{-1}$.

Следовательно, для данного примера $\tau_{\text{по}}\tau_{\text{р0}}^{-1} = 0,0572$ и $c_{\text{по}}c_{\text{р0}}^{-1} = 0,0131$. При увеличении ограничения по м. о. УЭР на $0,1 \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1}$ оптимальное значение КТИ увеличивается на $0,03 \cdot 10^{-3}$.

Итак, в данном параграфе получены решения прямой и обратной задач оптимизации ПО однотипных устройств при ограничении в виде функционала для произвольных законов распределения времени безотказной работы и обобщенных функциональных зависимостей $\varphi(\tau_{\text{п}})$ и $Q(\tau_{\text{р}})$. Найдены частные решения оптимальных задач при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) для степенных функциональных зависимостей. Для вычисления оптимальных решений предлагаются обобщенные инженерные номограммы и программы для ЭЦВМ «Мир-1».

Полученные результаты могут найти применение при построении оптимальных адаптивных регламентов технических изделий, в которых производилось бы управление как периодичностью профилактики, так и длительностями профилактики и аварийного ремонта.

3.7. Оптимизация ПО однотипных устройств при комплексе ограничений — по управляемым переменным и в виде функционала

В данном параграфе рассматривается решение прямых и обратных задач оптимизации ПО однотипных устройств при комплексе ограничений по управляемым переменным и в виде функционала.

Приведем решение оптимальных задач при ограничении по продолжительности профилактики $\tau_{\text{п}}$ и одной из ТЭХ. При решении прямой задачи (ПО-1321) оптимальные значения управляемых переменных τ_0 , $\tau_{\text{р0}}$ и τ_0 определяются из системы трех трансцендентных уравнений

$$\pi = \frac{\tau^2 [\tau_{\text{п}} - \tau_{\text{р}} \mathcal{L}(\tau)]}{[M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}})]^2 [\varphi(\tau_{\text{п}}) - Q(\tau_{\text{р}}) \mathcal{L}(\tau)]}, \quad (3.7.1.)$$

$$\pi = \frac{\tau^2}{\frac{\partial Q}{\partial \tau_{\text{р}}} [M(\tau, \tau_{\text{п}}, \tau_{\text{р}})]^2},$$

$$B(\tau, \tau_{\text{пл}}, \tau_p) = c_1 \tau.$$

Система (1) вырождается в систему двух трансцендентных уравнений относительно τ и τ_p

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} = - \frac{\varphi(\tau_{\text{пл}}) - Q(\tau_p) \mathcal{L}(\tau)}{\tau_{\text{пл}} - \tau_p \mathcal{L}(\tau)}, \quad (3.7.2)$$

$$B(\tau, \tau_{\text{пл}}, \tau_p) = c_1(\tau).$$

При решении обратной задачи (ПО-2321) оптимальные значения τ_0 и τ_{p0} определяются из системы

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} = - \frac{\varphi(\tau_{\text{пл}}) - Q(\tau_p) \mathcal{L}(\tau)}{\tau_{\text{пл}} - \tau_p \mathcal{L}(\tau)}, \quad (3.7.3)$$

$$M(\tau, \tau_{\text{пл}}, \tau_p) = \frac{\tau}{K_{\text{пл}}},$$

а $\mu_0 = \frac{1}{\pi_0}$, где π_0 вычисляется из первого уравнения системы (1).

При степенных функциональных зависимостях (3.3.3) τ_0 в прямой и обратной задачах определяются из первых уравнений систем (2) и (3) при

$$\tau_p = \sqrt[q_p]{\frac{r_{\text{пл}} \tau_{\text{пл}}^{q_{\text{пл}}} - \tau c_1}{r_{\text{пл}} \ln P(\tau)}} \quad \text{— для прямой задачи,} \quad (3.7.4)$$

$$\tau_p = \frac{\tau_{\text{пл}} - \tau \left(\frac{1}{K_{\text{пл}}} - 1 \right)}{\ln P(\tau)} \quad \text{— для обратной задачи.} \quad (3.7.5)$$

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по продолжительности аварийного ремонта τ_p и одной из ТЭХ. При решении прямой задачи (ПО-1322) оптимальные значения управляемых переменных τ_0 , τ_{p0} и π_0 вычисляются из системы трех трансцендентных уравнений

$$\pi = - \frac{\tau^2 [\tau_{\text{пл}} - \tau_{p1} \mathcal{L}(\tau)]}{[M(\tau, \tau_{\text{пл}}, \tau_{p1})]^2 [\varphi(\tau_{\text{пл}}) - Q(\tau_p) \mathcal{L}(\tau)]},$$

$$\pi = \frac{\tau^2}{\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} [M(\tau, \tau_{II}, \tau_{PI})]^2},$$

$$B(\tau, \tau_{II}, \tau_{PI}) = c_1 \tau. \quad (3.7.6)$$

Система (6) вырождается в систему двух трансцендентных уравнений относительно τ и τ_{II}

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = - \frac{\varphi(\tau_{II}) - Q(\tau_{PI}) J(\tau)}{\tau_{II} - \tau_{PI} J(\tau)},$$

$$B(\tau, \tau_{II}, \tau_{PI}) = c_1 \tau. \quad (3.7.7)$$

При решении обратной задачи (ПО-2322) оптимальные значения τ_0 и τ_{p0} вычисляются из системы

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = - \frac{\varphi(\tau_{II}) - Q(\tau_{PI}) J(\tau)}{\tau_{II} - \tau_{PI} J(\tau)},$$

$$M(\tau, \tau_{II}, \tau_{PI}) = \frac{\tau}{K_{II}}, \quad (3.7.8)$$

а $\mu_0 = \frac{1}{\tau_0}$ находится с использованием первого уравнения системы (7).

При степенных функциональных зависимостях (2.3.3) τ_0 определяется из первых уравнений систем (7) и (8) при

$$\tau_{II} = \sqrt[q_{II}]{\frac{1}{r_{II}} [\tau c_1 + r_p \tau_{PI}^{q_p}] \ln P(\tau)} \text{— для прямой задачи,} \quad (3.7.9)$$

$$\tau_{II} = \left(\frac{1}{K_{II}} - 1 \right) \tau + \tau_{PI} \ln P(\tau) \text{— для обратной задачи.} \quad (3.7.10)$$

Рассмотрим решение оптимальных задач при ограничении по периодичности профилактики τ и одной из ТЭХ. При решении прямой задачи (ПО-1323) оптимальные значения управляемых переменных $\tau_{п0}$, $\tau_{р0}$ и μ_0 определяются из системы трех трансцендентных уравнений

$$\pi = \frac{\tau_1^2}{\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} [M(\tau_1, \tau_{II}, \tau_p)]^2}, \quad (3.7.11)$$

$$\pi = \frac{\tau_1^2}{\frac{\partial Q}{\partial \tau_p} [M(\tau_1, \tau_{II}, \tau_p)]^2},$$

$$B(\tau_1, \tau_{II}, \tau_p) = c_1 \tau_1.$$

Система (11) вырождается в систему двух трансцендентных уравнений относительно τ_{II} и τ_p

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = \frac{\partial Q}{\partial \tau_p}, \quad (3.7.12)$$

$$B(\tau_1, \tau_{II}, \tau_p) = c_1 \tau_1.$$

При решении обратной задачи (ПО-2323) оптимальные значения τ_{II0} и τ_{p0} определяются из системы

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_{II}} = \frac{\partial Q}{\partial \tau_p}, \quad (3.7.13)$$

$$M(\tau_1, \tau_{II}, \tau_p) = \frac{\tau_1}{K_{II}},$$

а $\mu_0 = \frac{1}{\pi_0}$ вычисляется с использованием первого уравнения системы (11).

Итак, в данном параграфе решены прямые и обратные задачи оптимизации ПО одностипных устройств при смешанных ограничениях — по управляемым переменным и в виде функционала (той или иной ТЭХ). Задачи решены при произвольных законах распределения времени безотказной работы для обобщенных функциональных зависимостей стоимостей проведения ПО и АР от длительностей профилактики и ремонта соответственно. Определены частные решения оптимальных задач для степенных функциональных зависимостей.

Полученные результаты могут найти применение при построении оптимальных адаптивных регламентов с учетом различных ограничений.

3.8. Оптимизация ПО однотипных устройств с учетом послепрофилактических отказов

После проведения ПО некоторых видов устройств часто возникают послепрофилактические отказы, которые оказывают значительное влияние на характеристики надежности. Поэтому и оптимизацию ПО таких устройств необходимо проводить с учетом послепрофилактических отказов [21—23].

В данном параграфе, используя результаты анализа моделей надежности устройств с ППО (параграф 2.4), рассматривается математическая модель оптимизации ПО по критерию минимума среднего параметра потока отказов. Решаются оптимальные задачи при постоянстве и гармоническом воздействии режима эксплуатации, а также при случайной вариации параметров марковской модели однотипных устройств [21—23].

Средний параметр потока отказов восстанавливаемых устройств определяется аналитическим выражением

$$\psi_0(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \psi(t) dt, \quad (3.8.1)$$

где $\psi(\tau)$ — параметр потока отказов, вычисляемый из интегрального уравнения [16]:

$$\psi(\tau) = f(\tau) + \int_0^{\tau} \psi(\tau - t) f(t) dt. \quad (3.8.2)$$

Так как даже приближенное вычисление $\Psi(\tau)$ из уравнения (2) представляет большие трудности, то для высоконадежных устройств на переходном участке можно не различать параметр потока отказов от интенсивности отказов.

Средняя интенсивность отказов

$$\Lambda_0(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \Lambda(t) dt = - \frac{\ln P(\tau)}{\tau} \quad (3.8.3)$$

характеризуется только одной управляемой переменной — периодичностью проведения ПО τ . Следовательно, опти-

мизация ПО устройств с учетом ППО сводится к определению оптимальной периодичности τ_0 , обеспечивающей минимум средней интенсивности отказов. Приравняв производную $\frac{\partial \Lambda_0(\tau)}{\partial \tau}$ нулю, получим трансцендентное уравнение для вычисления τ_0

$$\Lambda(\tau_0) = \Lambda_0(\tau_0). \quad (3.8.4)$$

Из (4) следует, что оптимальной периодичности соответствует точка пересечения $\Lambda(\tau)$ и $\Lambda_0(\tau)$. Используя аналитические выражения параграфа 2.4 и формулу (3), легко показать, что если $\Lambda(\tau)$ на положительной временной полуоси всегда будет больше установившегося значения ($\Lambda(\tau) > \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau)$), то и средняя интенсивность отказов тем более будет больше $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau)$. Отсюда следует основное условие существования оптимальной периодичности

$$\Lambda_0(\tau) < \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau). \quad (3.8.5)$$

Если условие (5) не выполняется, то $\tau_0 \rightarrow \infty$. Следовательно, при оптимизации ПО с учетом ППО вначале необходимо проверить выполнимость условия (5), а затем вычислять τ_0 из уравнения (4).

Для оценки эффективности оптимизации используем также и экономический показатель — выигрыш по оптимизации по средней интенсивности отказов:

$$W = \left[1 - \frac{\Lambda_0(\tau_0)}{\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda(\tau)} \right] 100\%. \quad (3.8.6)$$

Решение трансцендентного уравнения (4) целесообразно проводить графическим методом или используя следующий итерационный алгоритм:

$$\tau_{0,i} = \tau_1 - \frac{[\Lambda_0(\tau_1) - \Lambda(\tau_1)](\tau_{0,i-1} - \tau_1)}{\Lambda_0(\tau_{0,i-1}) - \Lambda_0(\tau_1) - \Lambda(\tau_{0,i-1}) + \Lambda(\tau_1)}, \quad (3.8.7)$$

где τ_1 и $\tau_{0,0}$ — начальные точки итерационного процесса выбираемые из условия $\Lambda_0(\tau_1) > \Lambda(\tau_1)$, $\Lambda_0(\tau_{0,0}) < \Lambda(\tau_{0,0})$.

В параграфе 2.4. проведен анализ моделей надежности устройств с учетом ППО при постоянстве (четыре частные модели) и гармоническом воздействии режима

эксплуатации, при котором получены аналитические выражения для вероятностей отдельных состояний $P_0(\tau)$ и $P_1(\tau)$ и интенсивности отказов $\Lambda(\tau)$. Используя результаты анализа, были исследованы области существования оптимальной периодичности при постоянстве режима для практически важного диапазона параметров первой частной модели ($\lambda_0=0, \eta_0=\eta_1=\eta$) и третьей частной модели ($\lambda_0 \neq 0, \eta_0=\eta_1=\eta$) [22, 23] и построены

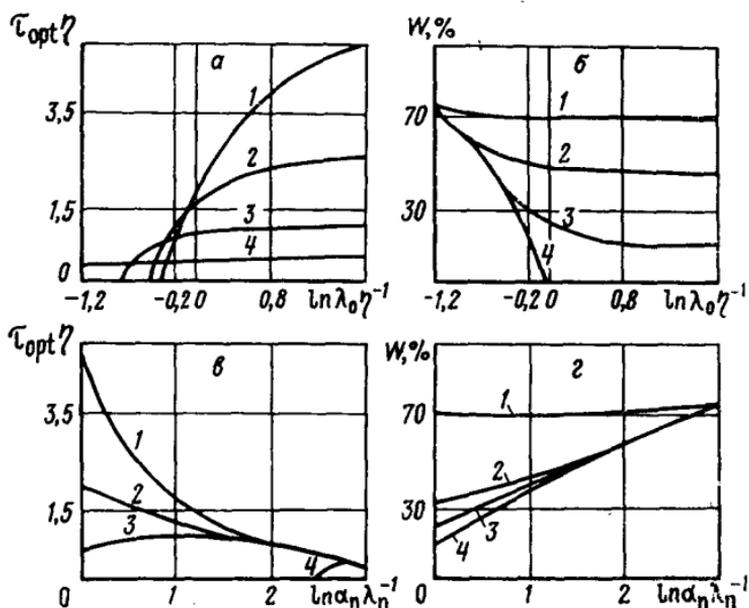


Рис. 3.8.1. Номограмма определения τ_{opt} с учетом ППО: а — 1 — $\ln \alpha_n \lambda_n^{-1} = 0$; 2 — 0,5; 3 = 1,382; 4 = 2,77; б — 1 — $\ln \alpha_n \lambda_n^{-1} = 2,77$; 2 — 1,382; 3 — 0; 4 — ∞ ; в — 1 — $\ln \lambda_n \eta^{-1} = 1,79$; 2 — 0; 3 — (-0,3); 4 — (-1,203); г — 1 — $\ln \lambda_n \eta^{-1} = -1,203$; 2 — (-0,3); 3 — 0; 4 — 1,79

обобщенные инженерные номограммы для определения τ_0 и W .

На рис. 1 показана номограмма для первой частной модели оптимизации ПО с учетом ППО. Номограмма включает четыре рисунка, на каждом из которых изображено изменение τ_0 и W в зависимости от одного из параметров модели при фиксированных значениях другого.

Из анализа оптимальных решений для первой частной модели можно сделать следующие выводы:

если $\alpha_{II} \rightarrow 0$ или $\lambda_{II} \rightarrow \infty$, то $\tau_0 \rightarrow \infty$, а $W \rightarrow 0$;

если $\alpha_{II} \rightarrow \infty$ или $\lambda_{II} \rightarrow 0$, то $\tau_0 \rightarrow 0$, а $W \rightarrow 100\%$.

Погрешность вычисления ТЭП эффективности оптимизации по предлагаемой номограмме не превышает 15%.

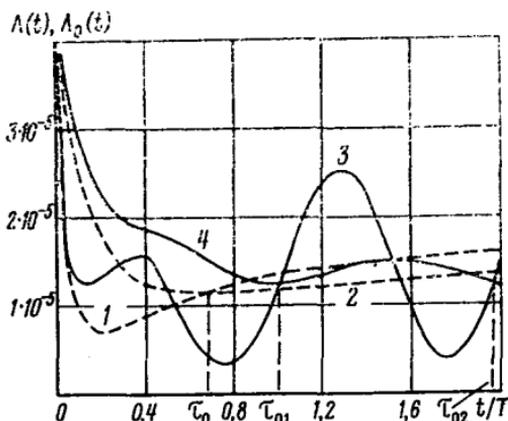


Рис. 3.8.2. Графики $\Lambda(t)$, $\Lambda_0(t)$ от t/T

Пример 3.8.2. Рассмотрим оптимизацию ПО устройств с учетом ППО при постоянстве и гармоническом воздействии температуры окружающей среды по данным примера 2.4.1.

Для решения задачи определим интенсивность отказов и среднюю интенсивность отказов при постоянстве и гармоническом воздействии температуры по формулам (3.3.5), (2.3.7), (2.4.3), (1.4.7) и (3), используя программу ВАН-ОУ-ППО-ГР для ЭЦВМ «Мир-1» (см. Приложение 4). На рис. 2 изображены графики $\Lambda(\tau)$ —1 и $\Lambda_0(\tau)$ —2 (штриховыми линиями) при постоянстве температуры и $\Lambda(\tau)$ —3 и $\Lambda_0(\tau)$ —4 (сплошными линиями) при ее гармоническом воздействии. Оптимальные периодичности определяем графически из рис. 2. Для вычисления выигрыша от оптимизации, как обычно, применяем установившееся значение средней интенсивности отказов

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_0(\tau) = \eta b_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}.$$

Таблица 3.8.1

ТЭП оптимизации	А	Б	
		1-й min	2-й min
$\tau_0, \text{ч}$	$0,684 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,96 \cdot 10^5$
$\Lambda_0(\tau), \text{ч}^{-1}$	$1,16 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-5}$	$1,25 \cdot 10^{-5}$
W, %	42	40	37,5

В табл. 1 представлены ТЭП оптимизации при постоянстве А и гармоническом воздействии температуры Б.

Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) так как средняя интенсивность отказов (ввиду своего интегрального свойства) изменяется более плавно, чем его интенсивность отказов, то минимум $\Lambda_0(\tau)$ будет более расплывчатым, чем минимум $\Lambda(\tau)$;

2) при гармоническом воздействии режима существует бесконечное множество оптимальных периодичностей, но наибольший выигрыш обеспечивает только первое решение;

3) выигрыш от оптимизации при постоянстве режима всегда будет больше выигрыша при гармоническом его воздействии.

Пример 3.8.3. Определим моменты и плотность распределения оптимальной периодичности ПО устройств с учетом ППО при случайной вариации и нормальности законов распределения параметров марковских моделей по следующим данным:

$$m(\eta) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}; m(\lambda_0) = 0,39 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

$$m(\lambda_n) = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

$$m(\alpha_n) = 62,4 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}; V_i = 0, \bar{2}; A_i = E_i = 0, i = \bar{1}, 4.$$

Решение.

$$m(\eta\tau_0) = 0,574; \sigma^2(\eta\tau_0) = 3,408 \cdot 10^{-3}; \sigma(\eta\tau_0) = 0,0584;$$

$$A(\eta\tau_0) = 0; E(\eta\tau_0) = -1,89; V(\eta\tau_0) = 0,1036;$$

$$\omega(\eta\tau_0) = 17,12 [\Phi'(z) - 0,0787 \Phi^{(5)}(z)],$$

где

$$z = \frac{\eta\tau_0 - 0,574}{0,0584}.$$

На рис. 3 показана плотность распределения τ_0 . Из анализа полученных в примере результатов следует, что вариация оптимальной периодичности почти в два раза меньше вариации внутренних параметров. За счет отри-

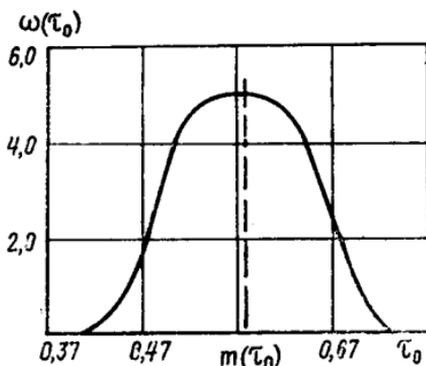


Рис. 3.8.3. График плотности распределения $\omega(\tau_0)$

цательного эксцесса кривая плотности распределения расплывается и становится более плосковершинной по сравнению с нормальным распределением.

Итак, в данном параграфе проведен анализ моделей оптимизации ПО одноступенчатых устройств с учетом ППО по критерию минимума среднего параметра потока отказов. Получено основное условие существования оптимальной периодичности ПО и разработан итерационный алгоритм для ее определения, обладающий ускоренной сходимостью. Для вычисления оптимальной периодичности и выигрыша от оптимизации при постоянстве режима эксплуатации предложены обобщенные номограммы. Дан краткий анализ особенностей оптимизации ПО при гармоническом воздействии режима и случайной вариации параметров марковской модели.

Полученные результаты могут найти применение при построении оптимальных адаптивных регламентов ТО изделий с учетом послепрофилактических отказов.

3.9. Оптимизация ПО дублированных устройств

В данном параграфе рассматривается оптимизация ПО дублированных устройств для случая нагруженного резервирования при гамма-распределении времени безотказной работы непрерывно-функционирующих устройств ($n=2$). В качестве исходной математической модели применяется модель оптимизации по критерию максимума коэффициента готовности, рассмотренная Е. Ю. Барзиловичем и В. А. Каштановым в работе [41].

Обозначим: τ_{Π} — средняя длительность проведения профилактики; τ_p — средняя длительность проведения аварийного ремонта; τ — периодичность профилактики обоих устройств. Считается, что оба устройства статистически идентичны, поэтому если к некоторому фиксированному моменту времени осуществлено ПО одного устройства, то, естественно, очередная профилактика должна выполняться для другого и т. д.

При гамма-распределении времени безотказной работы устройств (3.2.4), (3.2.5) коэффициент готовности системы двух дублированных устройств имеет вид

$$K_{го} = 1 - \frac{\tau_p \left[\int_0^{\tau} \Lambda(x) \Lambda(\tau + \tau_{\Pi} + x) dx + \int_{\tau}^{\tau + \tau_{\Pi}} \Lambda(x) dx \right]}{\tau + \tau_{\Pi}} =$$

$$= 1 - \frac{\tau_p [\tau_p I_2(\tau) + I_3(\tau)]}{\tau + \tau_{\Pi}}. \quad (3.9.1)$$

Оптимальная периодичность определяется из трансцендентного уравнения

$$(\tau + \tau_{\Pi}) \{ \Lambda(\tau) [\tau_p \Lambda(2\tau + \tau_{\Pi}) - 1] + \tau_p I_1(\tau) +$$

$$+ \Lambda(\tau + \tau_{\Pi}) \} = \tau_p I_2(\tau) + I_3(\tau), \quad (3.9.2)$$

а выигрыш от оптимизации по коэффициенту готовности по формуле

$$W_R = (\eta \tau_p)^2 - \frac{\tau_p [\tau_p I_2(\tau) + I_3(\tau)]}{\tau + \tau_{\Pi}}. \quad (3.9.3)$$

Здесь

$$I_1(\tau) = \int_0^{\tau} \Lambda(x) \Lambda'(\tau + \tau_{II} + x) dx = \frac{\eta^2 P_0}{S} \times \\ \times \left[(b - a) \left(\frac{1}{b + z} - \frac{1}{b} \right) + \frac{F(a - 1)}{S} \right],$$

$$I_2(\tau) = \int_0^{\tau} \Lambda(x) \Lambda(\tau + \tau_{II} + x) dx = \frac{\eta}{P_0 S} \times$$

$$\times [Sz + b(b - a - k)(\ln R - \ln b) + (a + k - 1) \ln N - akF],$$

$$I_3(\tau) = \int_{\tau}^{\tau + \tau_{II}} \Lambda(x) dx = \eta \tau_{II} - \ln b + \ln N,$$

$$\Lambda(\tau) = \frac{\eta(a + z)}{1 + z}, \quad \Lambda(2\tau + \tau_{II}) = \frac{\eta[a + P_0 \eta(2\tau + \tau_{II})]}{1 + P_0 \eta(2\tau + \tau_{II})},$$

$$\Lambda(\tau + \tau_{II}) = \frac{\eta k}{b}, \quad F = \ln \frac{N}{R} - \ln \frac{1}{b},$$

$$R = |b + z|, \quad a = 1 - P_0,$$

$$N = |1 + z|, \quad S = 1 - b, \quad K = b - P_0, \quad z = \eta P_0 \tau,$$

$$b = 1 + P_0 \eta(\tau + \tau_{II}).$$

Рассмотрим поведение коэффициента готовности системы двух дублированных устройств в зависимости от $\eta \tau_{II}$ и $\eta \tau_p$. На рис. 1 показаны графики изменения $K_{го}(\tau)$ при $\eta(\tau_p) = 2 \cdot 10^{-3} - 1$, $\eta \tau_p = 4 \cdot 10^{-3} - 2$, $\eta \tau_p = 10 \cdot 10^{-3} - 3$ для $\eta \tau_{II} = 1 \cdot 10^{-3}$ и $\eta = 1 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$.

В начальный момент времени коэффициент готовности имеет максимальное значение. С увеличением периодичности профилактики $K_{го}(\tau)$ сначала значительно уменьшается до минимума, затем незначительно увеличивается до максимума и в дальнейшем постоянно уменьшается, стремясь к значению коэффициента готовности в установившемся режиме

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_{го}(\tau) = 1 - (\eta \tau_p)^2. \quad (3.9.4)$$

Оптимальная периодичность профилактик обоих устройств характеризует максимум $K_{го}(\tau)$, который с увеличением $\eta\tau_p$ становится все более острым, сдвигаясь по оси $\eta\tau$ к нулю.

Итак, в данном параграфе получены и исследованы аналитические выражения для коэффициента готовности, оптимальной периодичности ПО и выигрыша от оптимизации системы двух дублированных устройств при

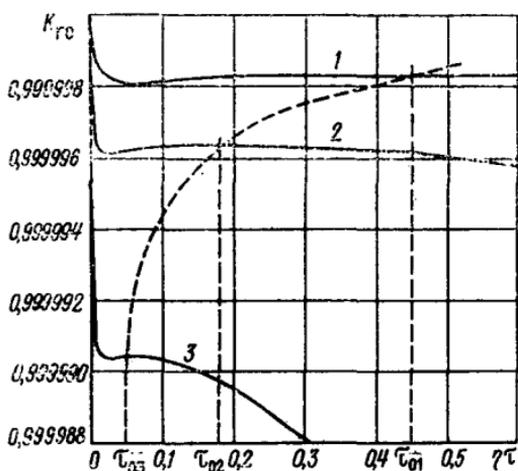


Рис. 3.9.1. Зависимость $K_{го}$ от $\eta\tau$

нагруженном резервировании для гамма-распределения времени безотказной работы устройств ($n=2$). Полученные результаты могут использоваться для оптимизации технического обслуживания наземных дублированных изделий, работающих в непрерывном режиме.

3.10. Выводы

Дальнейшим развитием традиционных моделей оптимизации ТО являются обобщенные модели оптимизации ПЗ элементов и ПО устройств с ограничениями, учитывающие функциональные зависимости стоимостей проведения от длительностей соответственно профилактики и ремонта. Обобщенные модели позволяют проводить оптимизацию, управляя не только периодичностями профилактики, но и объемами профилактики и ремонта.

Составлена общая классификация прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств с ограничениями. Классификация основана на последовательном использовании ряда признаков, а в роли ограничений выступают управляемые переменные τ , τ_n и τ_p и технико-экономические характеристики эффективности ТО — функционалы КТИ и м.о. УЭР.

Получены и исследованы решения прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств без ограничений при постоянстве (гамма-распределение ($n=2$) и обобщенно-показательное распределение ($n=2$) времени безотказной работы) и гармоническом воздействии режима эксплуатации. Проанализированы оптимальные решения при случайной вариации параметров моделей и при стационарном воздействии режима эксплуатации. Если при постоянстве режима существует только одно оптимальное решение τ_0 , то при его гармоническом воздействии таких решений τ_{0i} может быть великое множество. При этом максимальный выигрыш от оптимизации обеспечивается оптимальным решением, близким к τ_0 . При решении прямых и обратных задач оптимальная периодичность возрастает, а выигрыш от оптимизации уменьшается с увеличением отношения стоимости (продолжительности) профилактики к стоимости (продолжительности) аварийного ремонта и уменьшении вероятности полного обновления.

Получены общие решения оптимальных задач ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств при ограничении в виде функционала и комплексе ограничений для произвольных законов распределения времени безотказной работы при обобщенных функциональных зависимостях стоимостей проведения от длительностей профилактики и аварийного ремонта соответственно. Определены частные решения этих задач при степенных функциональных зависимостях для гамма-распределения времени безотказной работы ($n=2$).

Проведен анализ поведения оптимальных технико-экономических показателей ПО однотипных устройств с учетом послепрофилактических отказов при постоянстве (исследованы четыре частные модели) и гармонич-

ческом воздействии режима эксплуатации, а также при случайных вариациях параметров марковских моделей.

Так как определение оптимальной периодичности и выигрыша от оптимизации приводит к необходимости решения как систем, так и отдельных трансцендентных уравнений сложного аналитического вида, то разработаны итерационные алгоритмы, обобщенные инженерные номограммы и программы на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1».

Получены и исследованы аналитические зависимости для определения оптимальной периодичности ПО устройств при нагруженном дублировании для гамма-распределения времени безотказной работы ($n=2$).

Полученные в третьей главе результаты являются теоретической основой построения оптимальных адаптивных регламентов технического обслуживания изделий.

ОПТИМИЗАЦИЯ ГРУППОВЫХ ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ ЗАМЕН РАЗНОТИПНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПРОФИЛАКТИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ РАЗНОТИПНЫХ УСТРОЙСТВ

4.1. Классификация прямых и обратных задач оптимизации групповых ПЗ разнотипных элементов и ПО разнотипных устройств

Полученные в третьей главе оптимальные периодичности ПО еще не могут служить основой для составления оптимального регламента ТО, так как оптимальность здесь выступает на уровне элементов или устройств. Ясно, что нельзя обслуживать отдельные однотипные элементы и устройства технических изделий в соответствии с их оптимальными индивидуальными периодичностями, так как это привело бы по существу к непрерывному процессу ТО изделий. Для обеспечения требуемого коэффициента технического использования изделия необходима операция оптимального группирования разнотипных элементов и устройств и отыскания оптимальной групповой периодичности их ТО. Однако задачи оптимального группирования и отыскания оптимальной групповой периодичности ТО в настоящее время разработаны недостаточно [14, 43].

В данном параграфе рассматривается классификация оптимальных задач групповых ПЗ разнотипных элементов и ПО разнотипных устройств.

Целевыми функциями при оптимизации являются коэффициент технического использования и м. о. удельных эксплуатационных расходов, а управляемыми переменными — периодичности ПЗ элементов (ПО устройств), длительности профилактик и аварийных ремонтов элементов (устройств). В роли ограничений могут высту-

пать как управляемые переменные, так и функционалы КТИ и м. о. УЭР.

Для групповой ПЗ разнотипных элементов

$$K_{\text{но}}(\tau; \overline{\tau_{\text{п1}}, \tau_{\text{пm}}}; \overline{\tau_{\text{р1}}, \tau_{\text{рm}}}) = \prod_{j=1}^m \frac{E_j(\tau)}{E_j(\tau) + \tau_{\text{рj}} + (\tau_{\text{пj}} - \tau_{\text{рj}})P_j(\tau)}, \quad (4.1.1)$$

$$M[C_0(\tau; \overline{\tau_{\text{п1}}, \tau_{\text{пm}}}; \overline{\tau_{\text{р1}}, \tau_{\text{рm}}})] = \sum_{j=1}^m \frac{Q_j(\tau_{\text{рj}}) + [\varphi_j(\tau_{\text{пj}}) - Q_j(\tau_{\text{рj}})]P_j(\tau)}{E_j(\tau)}, \quad (4.1.2)$$

где $E_j(\tau) = \int_0^{\tau} P_j(u) du$.

Для групповой ПО разнотипных устройств

$$K_{\text{но}}(\tau; \overline{\tau_{\text{п1}}, \tau_{\text{пm}}}; \overline{\tau_{\text{р1}}, \tau_{\text{рm}}}) = \frac{\tau^m}{\prod_{j=1}^m [\tau + \tau_{\text{пj}} - \tau_{\text{рj}} \ln P_j(\tau)],} \quad (4.1.3)$$

$$M[C_0(\tau; \overline{\tau_{\text{п1}}, \tau_{\text{пm}}}; \overline{\tau_{\text{р1}}, \tau_{\text{рm}}})] = \frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^m [\varphi_j(\tau_{\text{пj}}) - Q_j(\tau_{\text{рj}}) \ln P_j(\tau)]. \quad (4.1.4)$$

Здесь $C_{\text{пj}} = \varphi_j(\tau_{\text{пj}})$ и $C_{\text{рj}} = Q_j(\tau_{\text{рj}})$ — функциональные зависимости соответственно стоимостей проведения от длительностей ПЗ (ПО) и АР j -го элемента (устройства).

При оптимизации группового ТО количество оптимальных задач быстро растет, так как число управляемых переменных возрастает от 3 до $2m+1$. Естественно, в этом случае невозможно составление полной классификации всех возможных прямых и обратных задач. Поэтому ограничимся общей классификацией по пяти признакам (рис. 1), составив ее аналогично предложенной в третьей главе (см. рис. 3.1.1).

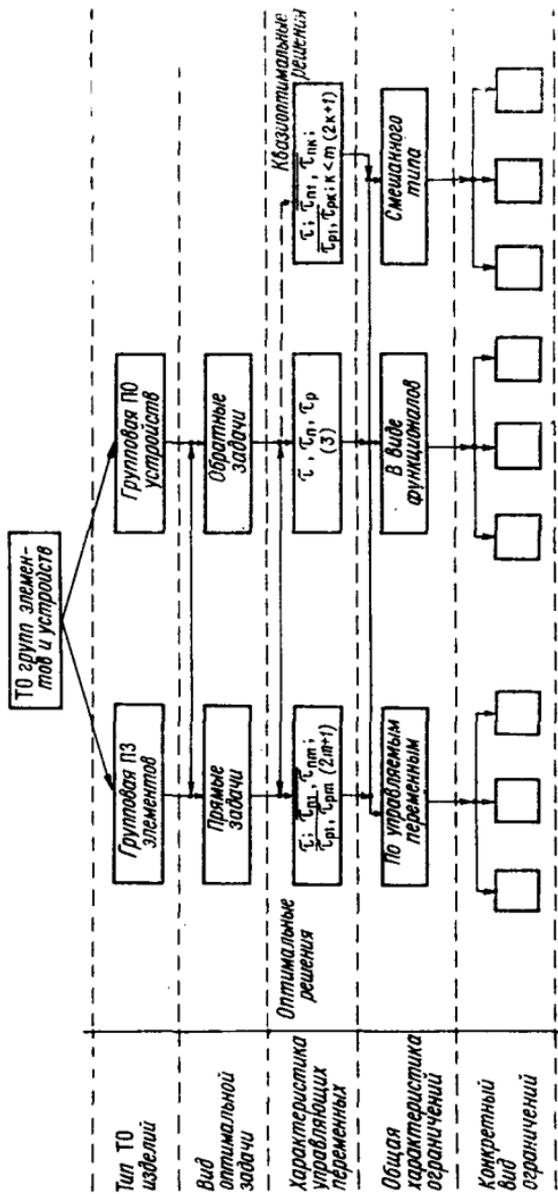


Рис. 4.1.1. Классификация задач оптимизации группового ТО изделий

Как и при оптимизации ТО однотипных изделий, наиболее интересным для практических приложений в предлагаемой классификации является класс задач с ограничением в виде функционалов. К менее общим следует отнести задачи с комплексом ограничений — по управляемым переменным и в виде функционалов. В классе оптимальных задач с ограничениями по управляемым переменным наиболее интересными являются задачи с ограничениями по всем $\tau_{пj}$ и $\tau_{рj}$, $j = \overline{1, m}$. В традиционной постановке они классифицируются как задачи без ограничений.

В параграфе 4.2 подробно исследуется оптимизация групповой ПЗ разнотипных элементов без ограничений, а в 4.4 — оптимизация группового ПО разнотипных устройств без ограничений.

Решение оптимальных задач при ограничениях уже при $n > 2$ становится чрезвычайно трудоемким в вычислительном отношении. Поэтому целесообразно с помощью различных упрощений сокращать число управляемых переменных до минимально возможного. В параграфах 4.3 и 4.5 рассматривается решение оптимальных задач группового ТО изделий с ограничением в виде функционала при следующих упрощениях:

$$\tau_{пj} = l_j \tau_{п} \text{ и } \tau_{рj} = \xi_j \tau_{р}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (4.1.5)$$

Введение постоянных коэффициентов l_j и ξ_j , $j = \overline{1, m}$ позволяет сократить число управляемых переменных опять до трех и значительно упростить процесс вычисления оптимальных решений. Однако получаемые значения управляемых переменных можно условно называть оптимальными, т. е. они уже являются квазиоптимальными.

4.2. Оптимизация групповой ПЗ разнотипных элементов без ограничений

Оптимизация групповой ПЗ ответственных и дорогостоящих элементов устройств позволяет грамотно выбрать периодичность ПО таких устройств.

В этом параграфе решаются прямая и обратная задачи оптимизации групповых ПЗ разнотипных элементов без ограничений для случаев близких и различных

по величине оптимальных периодичностей индивидуальных ПЗ элементов τ_{j0} . Решение производится при произвольных законах распределения времени безотказной работы элементов.

Рассмотрим случай близких по величине τ_{j0} , $j = \overline{1, n}$.

При решении прямой задачи оптимальная периодичность τ_0 определяется из трансцендентного уравнения

$$\sum_{j=1}^m \frac{K_j(\tau) E_j(\tau) - P_j(\tau) N_j(\tau)}{[E_j(\tau) + N_j(\tau)]^2} \prod_{i \neq j}^m \frac{E_i(\tau)}{E_i(\tau) + N_i(\tau)} = 0. \quad (4.2.1)$$

Выигрыш от оптимизации по КТИ

$$W_{k0} = \left[\frac{K_{n0}(\tau_0)}{\sum_{j=1}^m \frac{\tau_{pj}}{\tau_{pj} + \tau_{0j}}} - 1 \right] 100\%, \quad (4.2.2)$$

где T_{0j} — среднее время безотказной работы j -го элемента, $K_j(\tau)$, $E_j(\tau)$, $P_j(\tau)$, $N_j(\tau)$ и т. д. — функции, которые относятся к j -му элементу и определяются аналогично (3.2.4), (3.2.5), (3.2.5а).

Оптимальное решение обратной задачи находится из трансцендентного уравнения

$$\sum_{j=1}^n \frac{D_j(\tau) E_j(\tau) - P_j(\tau) A_j(\tau)}{[E_j(\tau)]^2} = 0. \quad (4.2.3)$$

Выигрыш от оптимизации по м.о. УЭР

$$W_{c0} = \left\{ 1 - \frac{M[C_0(\tau_0)]}{\sum_{j=1}^n \frac{C_{pj}}{T_{0j}}} \right\} 100\%. \quad (4.2.4)$$

Для более полной оценки эффективности оптимальной групповой ПЗ элементов введем понятие условного проигрыша. Будем определять его как разность между суммарным выигрышем при оптимальных индивидуальных ПЗ всех элементов и выигрышем, полученным при

групповой ПЗ. Для прямой задачи условный проигрыш определяется выражением

$$P_k = \frac{\prod_{j=1}^n K_{nj}(\tau_{j0}) - K_{n0}(\tau_0)}{\prod_{j=1}^n \frac{\tau_{pj}}{\tau_{pj} + \tau_{0j}}} \cdot 100\%, \quad (4.2.5)$$

а для обратной задачи

$$P_c = \frac{M[C_0(\tau)] - \sum_{j=1}^n M[C_j(\tau_{j0})]}{\sum_{j=1}^n \frac{C_{pj}}{T_{0j}}} \cdot 100\%. \quad (4.2.6)$$

Пример 4.2.1. Рассмотрим решение прямой и обратной задач оптимизации групповой ПЗ без ограничений при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) для двух элементов по данным, приведенным в табл. 1.

По формулам (3), (4), (5) и (6), используя программу О-ГПЗ-Э (см. Приложение 5) и номограммы на рис. 3.2.6 и 3.2.7, определяем оптимальные периодичности, выигрыши от оптимизации и условные проигрыши при индивидуальных и групповой ПЗ элементов. Полученные результаты сведены в табл. 2.

На рис. 1 и 2 показаны графики КТИ и м.о. УЭР при индивидуальных ПЗ первого элемента — 1, второго — 2 и при групповой ПЗ элементов — 3. Из полученных результатов видно, что оптимальные ТЭХ групповой ПЗ элементов будут всегда находиться между минимальны-

Таблица 4.2.1.

Номер элемента	$\eta_j, \text{ ч}^{-1}$	P_{0j}	$\tau_{nj}, \text{ ч}$	$\tau_{pj}, \text{ ч}$	$C_{пj}, \text{ руб.}$	$C_{рj}, \text{ руб.}$
1-й	$1 \cdot 10^{-3}$	0,9	0,5	5	1,0	10
2-й	$3 \cdot 10^{-3}$	0,95	0,75	10	1,5	20

Тип оптимальной задачи	$\tau_{10}, \text{ч}$	$\tau_{20}, \text{ч}$	$\tau_0, \text{ч}$	$W_{k1}, \% W_{c1}$	$W_{k2}, \% W_{c2}$	$W_{k0}, \% W_{c0}$	$P_c, P_k, \%$
Прямая	580	180	275	0,052	0,526	0,125	0,09
Обратная	584	210	260	18,2	30,1	23,1	0,416

ми и максимальными значениями оптимальных ТЭХ, определенными при индивидуальных ПЗ. Условный проигрыш незначителен по величине и является вполне допустимым, так как он компенсируется удобством составления оптимального регламента устройства.

С увеличением разницы между оптимальными периодичностями условный проигрыш возрастает. Для уменьшения P_k и P_c целесообразно использование кратных значений оптимальных периодичностей для различных элементов.

Рассмотрим подробнее случай различных по величине $\tau_{j0}, j = \overline{1, n}$. Введем понятие основного (нулевого) элемента с наименьшей кратной периодичностью ПЗ τ_0 . Тогда индивидуальные периодичности ТО всех элементов определяются из выражения $\tau_j = \nu_j \tau, j = \overline{0, m-1}$. Для вычисления оптимальных значений τ_{00} и $\nu_{j0}, j = \overline{1, m-1}$ используем следующий алгоритм:

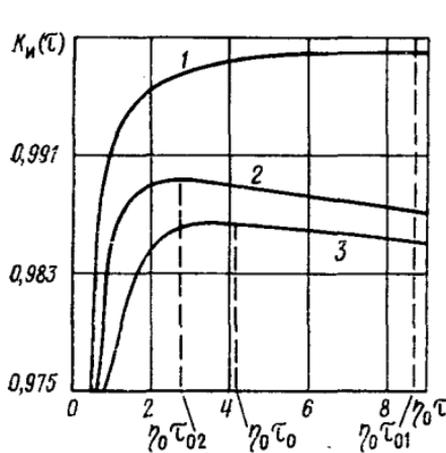


Рис. 4.2.1. Зависимость $K_k(\tau)$ от $\eta_0\tau$

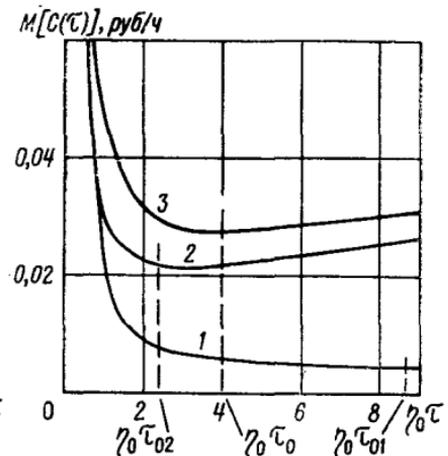


Рис. 4.2.2. Зависимость $M[C(\tau)]$ от $\eta_0\tau$ ($\eta_0 = 1,333 \cdot 10^{-2} r^{-1}$)

1) находятся τ_{j0} для всех элементов; 2) элементу с минимальным τ_{j0} присваивается нулевой номер и в дальнейшем он считается основным; 3) определяется оптимальная периодичность основного элемента при групповой ПЗ τ_{00} и оптимальные значения коэффициентов ν_{j0} , $j=1, m-1$; 4) вычисляются оптимальные периодичности остальных элементов при групповой ПЗ.

Так как обычно значения τ_{j0} не являются кратными друг другу, то оптимальные значения коэффициентов ν_{j0} будут дробными величинами. При составлении оптимального регламента невозможно использование дробных значений коэффициентов ν_{j0} . Поэтому необходимо использование квазиоптимальных значений ν_{j1} , которые уже будут являться целыми числами. При использовании квазиоптимальных коэффициентов ν_{j1} периодичности ПЗ всех элементов также будут квазиоптимальными.

Рассмотрим определение квазиоптимальных решений для прямой задачи.

Коэффициент технического использования

$$K_{\text{тн}}(\tau; \overline{\nu_1, \nu_{m-1}}) = \prod_{j=0}^{m-1} \frac{E_j(\nu_j \tau)}{E_j(\nu_j \tau) + N_j(\nu_j \tau)}. \quad (4.2.7)$$

Оптимальные решения определяются из системы m трансцендентных уравнений, которая образуется при приравнивании нулю производных от КТИ по τ и ν_j , $j=1, m-1$:

$$\sum_{j=0}^{m-1} \frac{\nu_j [K_j(\nu_j \tau) E_j(\nu_j \tau) - P_j(\nu_j \tau) N_j(\nu_j \tau)]}{[E_j(\nu_j \tau) + N_j(\nu_j \tau)]^2} \times \\ \times \prod_{i \neq j}^{m-1} \frac{E_i(\nu_i \tau)}{E_i(\nu_i \tau) + N_i(\nu_i \tau)} = 0, \quad (4.2.8)$$

$$K_j(\nu_j \tau) E_j(\nu_j \tau) - N_j(\nu_j \tau) P_j(\nu_j \tau) = 0, \quad j = \overline{1, m-1},$$

где

$$\nu_0 = 1; \quad E_j(\nu_j \tau) = \int_0^{\nu_j \tau} P_j(u) du;$$

$$N_j(v_j\tau) = \tau_{pj} + (\tau_{nj} - \tau_{pj}) P_j(v_j\tau);$$

$$K_j(v_j\tau) = (\tau_{pj} - \tau_{nj}) f_j(v_j\tau).$$

Решение системы (8) несложно, так как все ее уравнения, кроме первого, являются уравнениями одного переменного $v_j\tau$. Вначале эти уравнения разрешаются относительно $v_j\tau$, а затем из первого уравнения системы (8) определяется оптимальная периодичность основного элемента τ_{00} . Для каждого из оптимальных значений v_{j0} , $j = \overline{1, m-1}$ всегда найдется пара целых чисел, ближайших к нему справа и слева по часовой оси (квазиоптимальные значения v_{j1}). Общее число квазиоптимальных значений v_{j1} , $j = \overline{1, m-1}$ равно $2(m-1)$. Для всех v_{j1} можно составить 2^{m-1} различных комбинаций, каждая из которых будет определять свою форму регламента. Для каждой S -й комбинации будет существовать квазиоптимальная периодичность основного элемента $(\tau_{01})_s$. Среди всех $(\tau_{01})_s$, $S = \overline{1, 2^{m-1}}$ всегда найдется такая квазиоптимальная периодичность τ_{010} , для которой обеспечивается максимальный выигрыш. Следовательно, комбинация с τ_{010} является наиболее оптимальной, и ее необходимо использовать в качестве основной при построении оптимального регламента.

При решении обратной задачи с различными по величине оптимальными периодичностями индивидуальных ПЗ разнотипных элементов м. о. УЭР имеет вид

$$M[C_0(\tau; \overline{v_1, v_{m-1}})] = \sum_{j=0}^{m-1} \frac{A_j(v_j\tau)}{E_j(v_j\tau)}. \quad (4.2.9)$$

Оптимальные решения вычисляются из системы трансцендентных уравнений

$$\sum_{j=0}^{m-1} \frac{v_j [D_j(v_j\tau) E_j(v_j\tau) - P_j'(v_j\tau) A_j(v_j\tau)]}{[E_j(v_j\tau)]^2} = 0, \quad (4.2.10)$$

$$D_j(v_j\tau) E_j(v_j\tau) - P_j(v_j\tau) A_j(v_j\tau) = 0, \quad j = \overline{1, m-1},$$

где

$$D_j(v_j\tau) = (C_{pj} - C_{nj}) f_j(v_j\tau);$$

$$A_j(v_j\tau) = C_{pj} + (C_{nj} - C_{pj}) P_j(v_j\tau).$$

Решение системы (10) производится аналогично системе (8).

Итак, в данном параграфе получены решения оптимальных задач для групповой ПЗ разнотипных элементов без ограничений при произвольных законах распределения времени безотказной работы. Получены общие решения при близких и различных по величине оптимальных периодичностях индивидуальных ПЗ элементов. Исследованы оптимальные решения при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$). При оптимизации групповой ПЗ разнотипных элементов без ограничений необходимо решение целого ряда сложных трансцендентных уравнений.

Полученные результаты могут найти применение при составлении оптимального адаптивного регламента ТО изделий.

4.3. Оптимизация групповой ПЗ разнотипных элементов с ограничениями

В этом параграфе решаются прямая и обратная задачи оптимизации групповой ПЗ разнотипных элементов при ограничении в виде функционала для произвольных законов распределения времени безотказной работы элементов при обобщенных функциональных зависимостях стоимостей проведения от длительностей соответственно аварийного ремонта и профилактики.

Обозначим $\tau_{пj} = l_j \tau_{п}$ и $\tau_{рj} = \xi_j \tau_{р}$, $j = \overline{1, m}$ — продолжительности соответственно ПЗ и АР j -го элемента, $C_{пj} = \varphi_j(\tau_{п})$ и $C_{рj} = Q_j(\tau_{р})$ — стоимости проведения соответственно ПЗ и АР для j -го элемента.

Рассмотрим решение прямой задачи ($\max K_{10}(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})$ при $M[C_0(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})] = C_1$).

Вспомогательная функция Лагранжа

$$\Phi(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) = \sum_{j=1}^m \frac{E_j(\tau)}{E_j(\tau) + N_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})} - \pi \left[\sum_{j=1}^n \frac{A_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})}{E_j(\tau)} - C_1 \right]. \quad (4.3.1)$$

Оптимальные значения управляемых переменных τ_0 , $\tau_{п0}$, τ_{p0} и множителя Лагранжа π_0 определяются из решения системы четырех трансцендентных уравнений

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \mathcal{P}_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) [K_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) E_j(\tau) - N_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) P_j(\tau)] = \\ & = \pi \sum_{j=1}^m \frac{D_j(\tau_{п}, \tau_{п}, \tau_p) E_j(\tau) - A_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) P_j(\tau)}{[E_j(\tau)]^2}, \\ & \sum_{j=1}^m l_j P_j(\tau) E_j(\tau) \mathcal{P}_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = \pi \sum_{j=1}^m \frac{\frac{\partial \varphi_j}{\partial \tau_{п}} P_j(\tau)}{E_j(\tau)}, \\ & \sum_{j=1}^m [1 - P_j(\tau)] \xi_j E_j(\tau) \mathcal{P}_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = \\ & = \pi \sum_{j=1}^m \frac{\frac{\partial Q_j}{\partial \tau_p} [1 - P_j(\tau)]}{E_j(\tau)}, \end{aligned} \tag{4.3.2}$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{A_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p)}{E_j(\tau)} = C_1.$$

Здесь

$$A_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = Q_j(\tau_p) + [\varphi_j(\tau_{п}) - Q_j(\tau_p)] P_j(\tau),$$

$$N_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = \xi_j \tau_p + (l_j \tau_{п} - \xi_j \tau_p) P_j(\tau),$$

$$K_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = (\xi_j \tau_p - l_j \tau_{п}) f_j(\tau),$$

$$D_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = [Q_j(\tau_p) - \varphi_j(\tau_{п})] f_j(\tau),$$

$$\mathcal{P}_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p) = \frac{\prod_{i \neq j}^m \frac{E_i(\tau)}{[E_i(\tau) + N_i(\tau, \tau_{п}, \tau_p)]}}{E_j(\tau) + N_j(\tau, \tau_{п}, \tau_p)}.$$

При решении обратной задачи ($\min M [C_0(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})]$ при $K_{п0}(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) = K_1$) вспомогательная функция Лагранжа имеет вид

$$I(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) = \sum_{j=1}^m \frac{A_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})}{E_j(\tau)} - \mu \left[\prod_{j=1}^m \frac{E_j(\tau)}{E_j(\tau) + N_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})} - k_1 \right]. \quad (4.3.3)$$

Оптимальные решения $\tau_0, \tau_{п0}, \tau_{р0}$ и μ_0 вычисляются из системы четырех трансцендентных уравнений, которая состоит из первых трех уравнений системы (2), где вместо переменных λ подставляется $\frac{1}{\mu}$. Четвертое уравнение имеет вид

$$\prod_{j=1}^m \frac{E_j(\tau)}{E_j(\tau) + N_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})} = K_1. \quad (4.3.4)$$

Решение оптимальных задач групповой ПЗ элементов при комплексе ограничений — по управляемым переменным и в виде функционала — может быть проведено аналогично.

Итак, в данном параграфе определены общие решения прямой и обратной задач оптимизации групповой ПЗ разнотипных элементов с ограничениями при произвольных законах распределения времени безотказной работы. Для получения частных решений при конкретных типах законов распределения (для наиболее распространенных функциональных зависимостей стоимостей проведения от длительностей соответственно АР и ПЗ) необходимо решение систем трансцендентных уравнений сложного аналитического вида.

Полученные результаты могут найти применение при построении оптимальных адаптивных регламентов ТО изделий с учетом ограничений.

4.4. Оптимизация группового ПО разнотипных устройств без ограничений

Оптимизация группового ПО разнотипных устройств является наиболее ответственной математической операцией при составлении оптимального адаптивного регламента ТО изделий.

В этом параграфе будет рассмотрено решение оптимальных задач группового ПО разнотипных устройств при произвольных законах распределения времени безотказной работы устройств.

В прямой задаче оптимальная периодичность τ_0 вычисляется из трансцендентного уравнения

$$\sum_{j=1}^m \frac{\tau_{pj} \Lambda_j(\tau) - \tau_{пj}}{[M_j(\tau)]^2} \prod_{i \neq j}^m \frac{\tau}{M_i(\tau)} = 0, \quad (4.4.1)$$

а выигрыш от оптимизации по КТИ

$$W_{k0} = \left\{ K_{н0}(\tau_0) \prod_{j=1}^m [1 + \tau_{pj} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_j(\tau)] - 1 \right\} 100\%. \quad (4.4.2)$$

Оптимальная периодичность при решении обратной задачи определяется из трансцендентного уравнения

$$\sum_{j=1}^m [C_{pj} \Lambda_j(\tau) - C_{пj}] = 0, \quad (4.4.3)$$

а выигрыш от оптимизации по м. о. УЭР

$$W_{c0} = \left\{ 1 - \frac{M[C_0(\tau_0)]}{\sum_{j=1}^m C_{pj} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_j(\tau)} \right\} 100\%, \quad (4.4.4)$$

где

$$M_j(\tau) = \tau + \tau_{пj} - \tau_{pj} \ln P_j(\tau), \quad \Lambda_j(\tau) = \tau \Lambda_j + \ln P_j(\tau).$$

Определение условного проигрыша от оптимизации проводится по формулам:

по КТИ

$$\Pi_k = \left[\prod_{j=1}^m K_{пj}(\tau_{j0}) - K_{н0}(\tau_0) \right] \prod_{j=1}^m [1 + \tau_{pj} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_j(\tau)] \quad (4.4.5)$$

Таблица 4.4.1

Номер устройства	$\eta_j, \text{ч}^{-1}$	P_{*j}	$\tau_{пj}, \text{ч}$	$\tau_{рj}, \text{ч}$	$C_{пj}, \text{руб.}$	$C_{рj}, \text{руб}$
1 е	$1 \cdot 10^{-2}$	0,90	5	8	10	20
2-е	$4 \cdot 10^{-2}$	1,00	5	10	15	25

Таблица 4.4.2

Тип оптимальной задачи	$\tau_{10}, \text{ч}$	$\tau_{20}, \text{ч}$	$\tau_0, \text{ч}$	$W_{k1}, \% W_{c1}$	$W_{k2}, \% W_{c2}$	$W_{k0}, \% W_{c0}$	$P_k, P_c, \%$
Прямая	241	61	116	1,6	9,6	8,9	2,55
Обратная	249	69	111	27,5	26	23,4	2,72

и по м. о. УЭР

$$P_c = \frac{M[C_0(\tau_0)] - \sum_{j=1}^m M[C_j(\tau_{j0})]}{\sum_{j=1}^m C_{pj} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Lambda_j(\tau)} \quad (4.4.6)$$

Пример 4.5.1. Рассмотрим решение прямой и обратной задач оптимизации группового ПО двух разнотипных устройств без ограничений при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) по исходным данным табл. 1.

По формулам (3), (4), (5) и (6), используя номограммы на рис. 3.5.4 и 3.5.5 и программу О-ГПО-У (см. Приложение 5), вычислим оптимальные периодичности, выигрыши от оптимизации и условные проигрыши при индивидуальных и групповом ПО устройств. Полученные решения показаны в табл. 2.

На рис. 1 и 2 показаны графики КТИ и м. о. УЭР при индивидуальных ПО первого устройства — 1, второго — 2 и групповом ПО устройств — 3.

Из анализа полученных результатов следует, что при групповом ПО разнотипных устройств значение оптимальной периодичности будет находиться в интервале,

ограниченном ее минимальным и максимальными значениями, которые определены при индивидуальных ПО этих устройств. С увеличением разности между этими значениями условный проигрыш возрастает. Для уменьшения P_c и P_k целесообразно проводить оптимизацию группового ПО устройств с использованием кратных значений оптимальной периодичности. Исходные уравнения для вычисления квазиоптимальных решений можно вы-

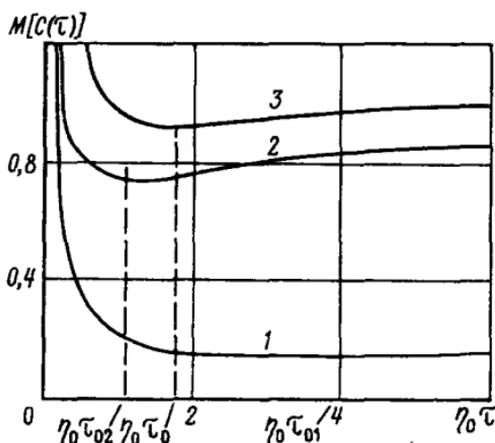


Рис. 4.4.1. Зависимость $M[C(\tau)]$ от $\eta_0\tau$ ($\eta_0 = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ u}^{-1}$)

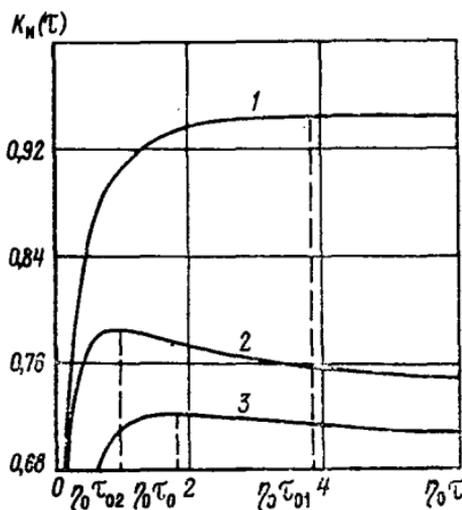


Рис. 4.4.2. Зависимость $K_n(\tau)$ от $\eta_0\tau$

вести аналогично рассмотренным при оптимизации групповой ПЗ элементов в параграфе 4.2.

Итак, в данном параграфе получены общие решения оптимальных задач группового ПО разнотипных устройств без ограничений. Проведено исследование оптимальных ТЭП при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$). Показано, что для определения оптимальных ТЭП необходимо решение сложных трансцендентных уравнений.

4.5. Оптимизация группового ПО разнотипных устройств с ограничениями

В данном параграфе рассматривается решение прямой и обратной задач оптимизации ПО разнотипных устройств при ограничении в виде функционала для произвольных законов распределения времени безотказной работы при обобщенных функциональных зависимостях стоимостей проведения от длительностей соответственно профилактики и аварийного ремонта.

Обозначим $\tau_{пj} = l_j \tau_{п}$ и $\tau_{рj} = \xi_j \tau_{р}$ соответственно продолжительности ПО и АР, $C_{пj} = \varphi_j(\tau_{п})$ и $C_{рj} = Q_j(\tau_{р})$ — стоимости проведения соответственно ПО и АР для j -го устройства.

Рассмотрим решение прямой задачи ($\max K_{но}(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})$ при $M[C_0(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})] = C_1$).

Вспомогательная функция Лагранжа

$$\Phi(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) = \prod_{j=1}^m \frac{\tau}{M_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})} - \pi \left[\sum_{j=1}^m \frac{B_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р})}{\tau} - C_1 \right]. \quad (4.5.1)$$

Оптимальные решения τ , $\tau_{п0}$, $\tau_{р0}$ и π_0 определяются из системы четырех трансцендентных уравнений

$$\sum_{j=1}^m \varphi_j(\tau, \tau_{п}, \tau_{р}) [\xi_j \tau_{р} J_j(\tau) - l_j \tau_{п}] =$$

$$\begin{aligned}
&= -\pi \sum_{j=1}^m [Q_j(\tau_p) \Lambda_j(\tau) - \varphi_j(\tau_n)], \\
&\sum_{j=1}^m \varphi_j(\tau, \tau_n, \tau_p) l_j = \pi \sum_{j=1}^m \frac{\partial \varphi_j}{\partial \tau_n}, \\
&\sum_{j=1}^m \xi_j \ln P_j(\tau) \varphi(\tau, \tau_n, \tau_p) = \pi \sum_{j=1}^m \frac{\partial Q_j}{\partial \tau_p} \ln P_j(\tau), \\
&\sum_{j=1}^m B_j(\tau, \tau_n, \tau_p) = C_1 \tau, \tag{4.5.2}
\end{aligned}$$

где

$$\varphi_j(\tau, \tau_n, \tau_p) = \tau^{m+1} \left\{ [M_j(\tau, \tau_n, \tau_p)]^2 \sum_{i \neq j}^m M_i(\tau, \tau_n, \tau_p) \right\}^{-1},$$

$$M_j(\tau, \tau_n, \tau_p) = \tau + l_j \tau_n - \xi_j \tau_p \ln P_j(\tau),$$

$$B_j(\tau, \tau_n, \tau_p) = \varphi_j(\tau_n) - Q_j(\tau_p) \ln P_j(\tau),$$

$$\Lambda_j(\tau) = \tau \Lambda_j(\tau) + \ln P_j(\tau).$$

При решении обратной задачи ($\min M [C_0(\tau, \tau_n, \tau_p)]$ при $K_{\text{но}}(\tau, \tau_n, \tau_p) = K_1$) вспомогательная функция Лагранжа имеет вид

$$\begin{aligned}
I(\tau, \tau_n, \tau_p) &= \sum_{j=1}^m \frac{B_j(\tau, \tau_n, \tau_p)}{\tau} - \\
&- \mu \left[\prod_{j=1}^m \frac{\tau}{M_j(\tau, \tau_n, \tau_p)} - K_1 \right]. \tag{4.5.3}
\end{aligned}$$

Оптимальные решения $\tau_0, \tau_{\text{но}}, \tau_{\text{по}}$ и μ_0 вычисляются из системы четырех трансцендентных уравнений. Эта система включает в себя первые три уравнения системы (2), где переменная π заменяется на $\frac{1}{\mu}$ и уравнение

$$\prod_{j=1}^m M_j(\tau, \tau_n, \tau_p) = \tau^m K_1^{-1}. \tag{4.5.4}$$

Таблица 6.1.1

Тип радиолампы	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
η_j	$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$
T_{0j}	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^3$	$1,25 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^3$

Таблица 6.1.2

Тип радиолампы	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
$C_{пj}$, руб	0,55	0,55	1,30	5,25	22,0	36,2
$C_{рj}$, руб	1,45	1,45	1,70	1,75	2,0	1,80

В табл. 2 показаны стоимости проведения ПЗ и стоимости выполнения работ по отысканию и устранению отказов радиоламп передатчика.

Если методы оценки $C_{пj}$ и C_{0j} в настоящее время разработаны, то методы оценки стоимости ущерба от простоя на АР— C_{yj} исследованы слабо. Поэтому для упрощения расчетов при оптимизации ТО передатчика считаем, что отказ любой из радиоламп приводит к одинаковому ущербу ($C_{yj} = C_y$, $j = 1,6$) и дальнейшие исследования проводим не для одного значения C_y , а для целого диапазона изменения C_y от 0 до 200 руб.

6.2. Оптимизация индивидуальных ПЗ радиоламп передатчика

Для определения оптимальных ТЭХ эффективности индивидуальных ПЗ радиоламп типового связного передатчика используем номограмму на рис. 3.2.6 и данные табл. 6.1.1 и 6.1.2. Вычисления проводим для четырех значений стоимости ущерба от простоя на АР $C_{y1} = 50$ руб., $C_{y2} = 100$ руб., $C_{y3} = 150$ руб. и $C_{y4} = 200$ руб. Все полученные результаты сведены в табл. 1—4.

Для вычисления оптимальных периодичностей и выигрыша от оптимизации ПЗ при любом значении из интервала изменения $C_y = (0 - 200)$ руб. построим графические зави-

Таблица 6.2.1

$C_y = 50 \text{ руб}$							
№	1	2	3	4	5	6	7
Тип радиолампы	$C_{pj}, \text{р}$	$\frac{C_{nj}}{C_{pj}}$	$\frac{\tau_{0j}}{T_{0j}}$	$\tau_{0j}, \text{ч}$	$W_{cj}, \%$	ν_j	$\frac{C_{pj}}{T_{0j}}$
Л ₁	52	$1,058 \cdot 10^{-2}$	0,08	800	75	2	$0,52 \cdot 10^{-2}$
Л ₂	52	$1,058 \cdot 10^{-2}$	0,08	1600	75	5	$0,26 \cdot 10^{-2}$
Л ₃	53	$2,45 \cdot 10^{-2}$	0,135	2700	60	10	$0,265 \cdot 10^{-2}$
Л ₄	57	0,092	0,330	330	28	$1(\tau_{00}=300\text{ч})$	0,057
Л ₅	74	0,297	1,14	1425	2,5	5	0,0592
Л ₆	88	0,411	2,00	5000	0,8	16	0,352

Таблица 6.2.2

$C_y = 100 \text{ руб}$							
№	1	2	3	4	5	6	7
Тип радиолампы	$C_{pj}, \text{р}$	$\frac{C_{nj}}{C_{pj}}$	$\frac{\tau_{0j}}{T_{0j}}$	$\tau_{0j}, \text{ч}$	$W_{cj}, \%$	ν_j	$\frac{C_{pj}}{T_{0j}}$
Л ₁	102	$0,54 \cdot 10^{-2}$	0,047	470	85	2	$1,02 \cdot 10^{-2}$
Л ₂	102	$0,54 \cdot 10^{-2}$	0,047	940	85	5	$0,51 \cdot 10^{-2}$
Л ₃	103	$1,26 \cdot 10^{-2}$	0,090	1800	69,5	10	$0,515 \cdot 10^{-2}$
Л ₄	107	$4,9 \cdot 10^{-2}$	0,200	200	44,5	$1(\tau_{00}=180\text{ч})$	0,107
Л ₅	124	0,177	0,57	710	12,0	4	0,0991
Л ₆	138	0,262	0,93	2320	4,0	13	0,0552

симости для всех радиоламп. На рис. 1 показаны графики τ_{0j} , $j = \overline{1, 6}$ от изменения C_j . Как и следовало ожидать, с увеличением стоимости ущерба от простоя на АР оптимальные периодичности ПЗ радиоламп уменьшаются. Значения оптимальных периодичностей характеризуются большим

Таблица 6.2.3

$C_y = 150 \text{ руб}$							
№	1	2	3	4	5	6	7
Тип радиолампы	C_{pj}, p	$\frac{C_{пj}}{C_{pj}}$	$\frac{\tau_{0j}}{T_{0j}}$	τ_{0j}, μ	$W_{cj}, \%$	v_j	$\frac{C_{pj}}{T_{0j}}$
L_1	152	$3,62 \cdot 10^{-3}$	0,0325	325	90	2	$1,52 \cdot 10^{-2}$
L_2	152	$3,62 \cdot 10^{-3}$	0,0325	650	90	5	$0,76 \cdot 10^{-2}$
L_3	153	$8,5 \cdot 10^{-3}$	0,070	1400	75	10	$0,765 \cdot 10^{-2}$
L_4	157	$3,44 \cdot 10^{-2}$	0,17	170	52,5	1($\tau_{00}=150 \mu$)	0,157
L_5	174	0,1262	0,405	560	21,5	4	0,1392
L_6	188	0,1925	0,620	1550	10,2	10	0,0752

$C_y = 200 \text{ руб}$							
№	1	2	3	4	5	6	7
Тип радиолампы	C_{pj}, p	$\frac{C_{пj}}{C_{pj}}$	$\frac{\tau_{0j}}{T_{0j}}$	τ_{0j}, μ	$W_{cj}, \%$	v_j	$\frac{C_{pj}}{T_{0j}}$
L_1	202	$2,72 \cdot 10^{-3}$	0,0275	275	93	2	$2,02 \cdot 10^{-2}$
L_2	202	$2,72 \cdot 10^{-3}$	0,0275	550	93	5	$1,01 \cdot 10^{-2}$
L_3	203	$6,4 \cdot 10^{-3}$	0,06	1200	79	10	$1,01 \cdot 10^{-2}$
L_4	207	$2,54 \cdot 10^{-2}$	0,135	135	59	1($\tau_{00}=125 \mu$)	0,207
L_5	224	$9,81 \cdot 10^{-2}$	0,330	412	27,5	4	0,179
L_6	238	0,152	0,485	1210	16,5	10	0,0952

разбросом, например, при $C_y = 150 \text{ руб}$, $\min_{j=1,6} \tau_{0j} = 170 \mu$ (L_4), а $\max_{j=1,6} \tau_{0j} = 1550 \mu$ (L_6).

На рис. 2 показаны графики выигрыша от оптимизации индивидуальных ПЗ радиоламп. С увеличением C_y выигрыш растет, стремясь к 100%. Наибольший вы-

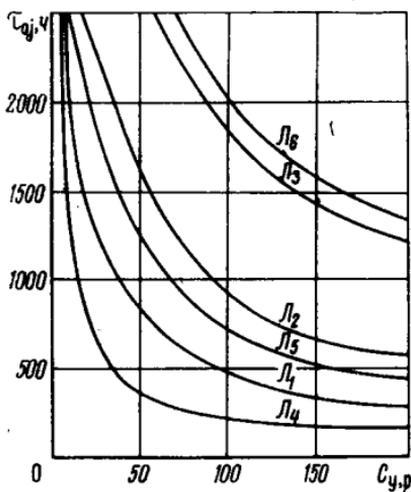


Рис. 6.2.1. Зависимость τ_{0j} от $C_{y, p}$

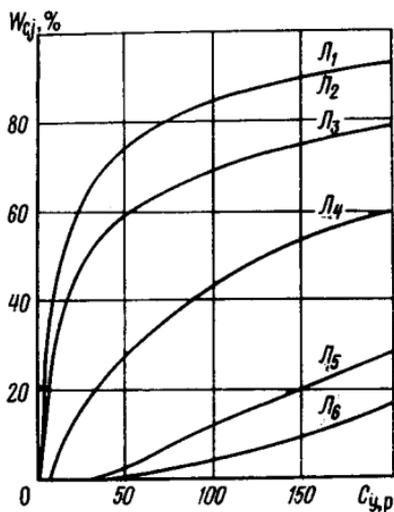


Рис. 6.2.2. Зависимость выигрыша от $C_{y, p}$

игрыш (в процентах) получается при оптимизации ПЗ радиоламп типа L_1 и L_2 , а наименьший — L_6 .

Из полученных результатов видно, что применение индивидуальных ПЗ радиоламп нецелесообразно из-за снижения коэффициента технического использования. Поэтому при оптимизации ТО будем ориентироваться на групповые ПЗ радиоламп передатчика.

6.3. Оптимизация групповой ПЗ радиоламп передатчика

Так как значения оптимальных периодичностей индивидуальных ПЗ радиоламп передатчика характеризуются большим разбросом, то оптимизацию групповой ПЗ проводим с использованием понятия основного элемента. Будем считать основным элементом среди радиоламп передатчика L_4 — для основного элемента оптимальная периодичность ПЗ является наименьшим общим кратным оптимальных периодичностей остальных элементов.

В табл. 6.2.1—6.2.4 в шестой колонке показана предполагаемая кратность оптимальных ПЗ радиоламп для четырех значений C_y . Из таблиц видно, что при

$C_y = (0-200)$ руб. можно выбрать следующие кратности оптимальных ПЗ радиоламп:

$$L_4 - 1, L_1 - 2, L_5 - 4, \\ L_2 - 5, L_3 - 10, L_6 - 11.$$

Для определения оптимальных значений ТЭХ при групповой ПЗ радиоламп используем исходные данные табл. 6.1.1, 6.1.2, 6.2.1, 6.2.4. Вычисления прово-

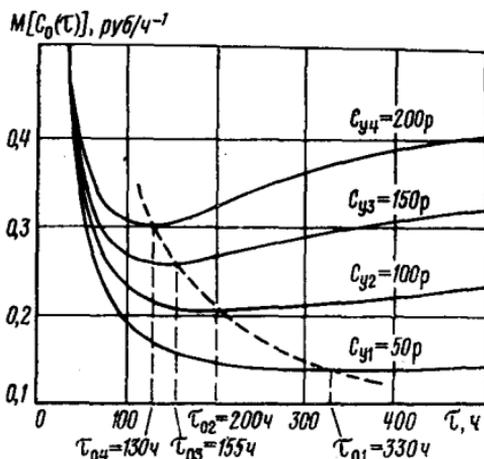


Рис. 6.3.1. Зависимость $M[C_0(\tau)]$ от τ

дим с использованием программы О-ГПЗ-Э на ЭЦВМ «Мир-1».

На рис. 1 показаны графики изменения м.о. удельных эксплуатационных расходов $M[C_0(\tau)]$ в зависимости от периодичности ПЗ основного элемента при четырех значениях стоимости ущерба от простоя на АР. Штриховой линией соединяются точки минимумов.

Из рисунков видно, что с уменьшением C_y величина $M[C_0(\tau)]$ уменьшается, минимум уплощается, а оптимальная периодичность увеличивается. Так, уже при $C_{y1} = 50$ руб. минимум становится почти незаметным. Естественно, что в этом случае определение оптимальной периодичности по графикам $M[C_0(\tau)]$ затрудняется. Для вычисления τ_0 целесообразно использовать точки пересечения производными $\frac{\partial M[C_0(\tau)]}{\partial \tau}$ нулевого уровня. На рис.

2 показаны графики этих производных для всех четырех значений C_y .

На рис. 3 показаны графики оптимальной периодичности групповой ПЗ радиоламп — τ_0 , выигрыша от оптимизации в процентах — W_{c0} , выигрыша от оптимизации одного изделия в рублях за час — W_0 и выигрыша от оптимизации при эксплуатации 100 штук передатчиков за один год — $W_{ог}$ в зависимости от стоимости ущерба при простое на АР — C_y .

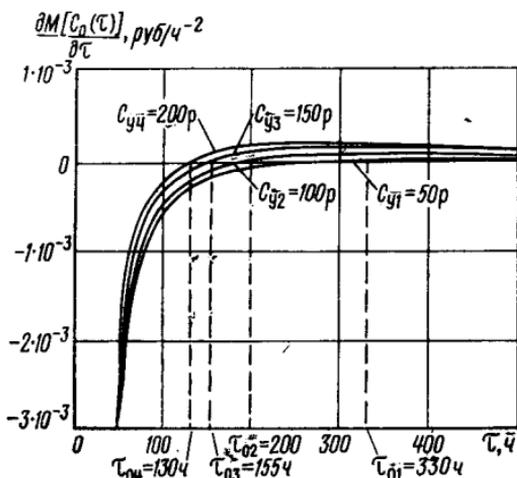


Рис. 6.3.2. Зависимость $\frac{\partial M[C_0(\tau)]}{\partial \tau}$ от τ

Здесь W_0 и $W_{ог}$ определялись по формулам

$$\begin{aligned} W_0 &= W_{c0} \lim_{\tau \rightarrow \infty} M[C_0(\tau)] = \\ &= W_{c0} \sum_{j=1}^m \frac{C_{pj}}{T_{0j}}, \text{ руб} \cdot \text{ч}^{-1} \text{ изд}^{-1}, \end{aligned} \quad (6.3.1)$$

$$\begin{aligned} W_{ог} &= 8760 n P_1 W_0 = 8760 n P_1 W_{c0} \times \\ &\times \sum_{j=1}^m \frac{C_{pj}}{T_{0j}}, \text{ руб} \cdot \text{год}^{-1}, \end{aligned} \quad (6.3.2)$$

где n — число изделий; R_1 — коэффициент, который показывает, сколько времени эксплуатируется изделие в течение года ($0 \leq R_1 \leq 1$).

С увеличением C_y оптимальная периодичность групповой ПЗ радиоламп уменьшается почти по гиперболическому закону, а выигрыши от оптимизации растут. Причем если W_{co} при $C_y \rightarrow \infty$ стремится к 100 %, то W_0 и $W_{ог}$ стремится уже к бесконечности. Выигрыш от оптимизации при эксплуатации 100 передатчиков за один год получается до-

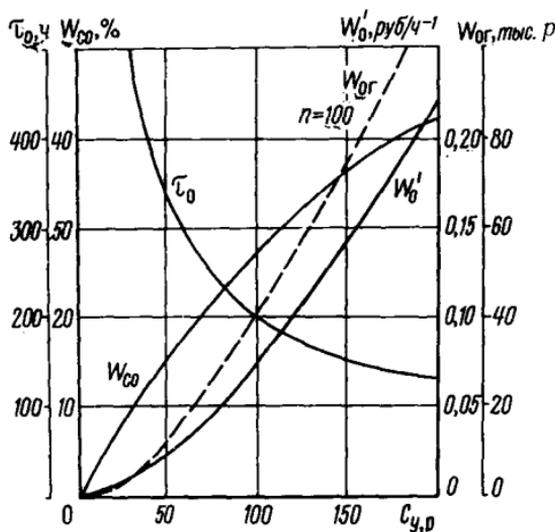


Рис. 6.3.3. Графики оптимальной периодичности групповой ПЗ радиоламп и выигрыша от оптимизации

вольно значительным, изменяясь на интервале рассмотрения C_y от нуля до 115 тыс. руб.

6.4. Оптимизация контроля работоспособности радиоламп передатчика

Основой адаптивного оптимального регламента ТО, определяющей его адаптацию к условиям эксплуатации, является контроль основных определяющих параметров радиоламп передатчика.

Оптимальные сроки и минимальные эксплуатационные расходы для контроля работоспособности радиоламп определяем по формулам (5.2.4), (5.2.5) и (5.2.6) с помощью программы О-КР-И на ЭЦВМ «Мир-1». Поскольку в настоящее время величина штрафа за единицу времени простоя передатчика в неисправном состо-

янии (C_2) не оценивается, то вычисление оптимальных сроков и минимальные эксплуатационные расходы при КР проводятся для диапазона изменения $\kappa = \frac{C_3}{C_2}$ от 0 до

2. Так как при проведении оптимального адаптивного регламента интенсивности постепенных отказов уточняются после каждого АР, то при КР целесообразно оце-

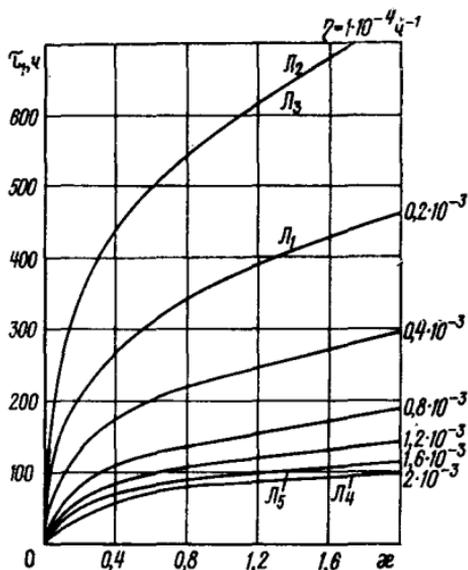


Рис 6.4.1. Графики оптимального срока проведения первого КР

нивать только оптимальные характеристики для первых двух КР.

На рис. 1 показаны графики оптимального срока проведения первого КР — τ_1 в зависимости от κ для диапазона интенсивностей постепенных отказов $\eta = (0,1 — 2) \cdot 10^{-3} \kappa^{-1}$ и начальной вероятности $P_0 \approx 1$ (для различных типов радиоламп). Аналогичные графики для оптимального срока проведения второго КР — τ_2 показаны на рис. 2. Из этих рисунков видно, что с возрастанием κ и уменьшением η значения оптимальных сроков проведения первого и второго КР нелинейно возрастают. Минимальными сроками КР характеризуется лампа L_4 , а максимальными — лампы L_2 и L_3 . Следует отметить, что поскольку стоимость КР лампы L_6 минимальна, то τ_1 и τ_2 для нее измеряются единицами часов.

На рис. 3 предлагаются графики нормированных минимальных эксплуатационных расходов при проведении КР — $M(C)/C_2$ в зависимости от изменения κ для тех же диапазонов значений κ и интенсивностей постепенных отказов η , что исследованы на рис. 1 и 2. С увеличением κ минимальные эксплуатационные расходы при проведе-

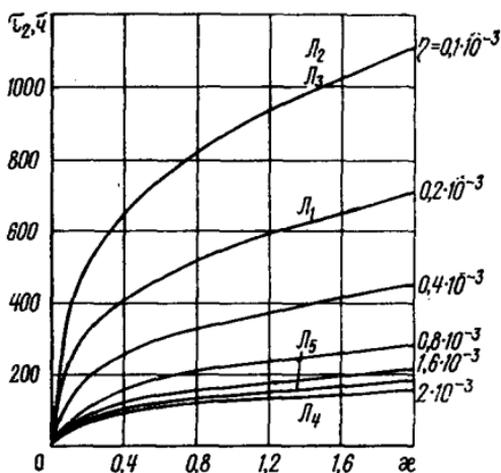


Рис. 6.4.2. Графики оптимального срока проведения второго КР

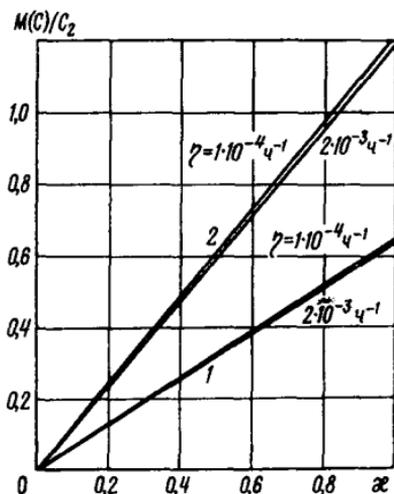


Рис. 6.4.3. Графики нормированных минимальных эксплуатационных расходов при проведении КР

нии КР линейно растут и практически не зависят от интенсивности постепенных отказов радиоламп.

Пример 6.4.1. Определим оптимальные сроки τ_1 и τ_2 , а также минимальные эксплуатационные расходы при проведении одного и двух КР для генераторной радиолампы L_5 при $C_3 = 1$ руб., $C_2 = 2$ руб., $\eta = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$.

Из рисунков 1 — 3 при $\kappa = 0,5$ находим

$$\tau_1 = 77 \text{ ч}, \tau_2 = 114 \text{ ч} \text{ и } M(C) = \begin{cases} 3,1 \text{ руб} — \text{ один КР,} \\ 6,0 \text{ руб} — \text{ два КР.} \end{cases}$$

Итак, в данном параграфе выбраны основные определяющие параметры радиоламп передатчика, построены графики для оптимальных сроков и минимальных эксплуатационных расходов при проведении КР в диапазоне изменения исходных данных.

6.5. Построение оптимального адаптивного регламента технического обслуживания передатчика

В параграфах 6.2—6.4 были детально рассмотрены основные элементы ТО передатчика. В данном параграфе будет показана методика первоначального составления и постоянного уточнения (адаптации) оптимального регламента ТО передатчика.

Перед началом эксплуатации передатчика должна быть собрана статистическая информация об интенсивностях постепенных отказов и стоимостях проведения ПЗ, АР и КР для всех радиоламп. Также необходимо провести измерение определяющих параметров всех радиоламп с помощью соответствующих приборов (см. параграф 6.4). Кроме того, должны быть известны критические значения определяющих параметров всех радиоламп для режима, в котором будет эксплуатироваться передатчик.

По известным статистическим данным на вычислительном центре (ВЦ) по программе О-ППЗ-Э и номограмме на рис. 3.2.6 определяются оптимальные периодичности индивидуальных и групповых ПЗ радиоламп и составляется общий график проведения оптимальных ПЗ радиоламп на первый год эксплуатации. Это необходимо, чтобы прогнозировать технологическую трудоемкость ТО, количество обслуживающего персонала, по-

ступление запасных частей и т. д. В табл. 1 показан общий план-график оптимальных ПЗ радиоламп при $C_y = 100$ руб. на первые 5000 ч эксплуатации передатчика. Техническое обслуживание по данному графику проводится через каждые 200 ч наработки передатчика.

Одновременно в ВЦ по программе О-КР-И находятся оптимальные сроки первых двух КР для радиолампы с максимальной интенсивностью постепенных отказов — L_4 . Стоимость контроля определяется с учетом того, что при КР измеряется не только определяющий параметр L_4 , но и определяющие параметры остальных радиоламп.

Таким образом, только после составления оптимального регламента ТО на первый год работы и определения сроков первых двух КР радиоламп начинается нормальная эксплуатация передатчика. После начала работы через оптимальное время проводится первый КР.

После первого КР по результатам измерений определяющих параметров радиоламп до начала работы $\tau_0 = 0$ и через оптимальное время τ_2 методом скользящего среднего по формулам (5.3.1) и программе У-ИПО уточняются значения интенсивностей постепенных отказов всех радиоламп.

Пример 6.5.1. Уточним интенсивность постепенных отказов лампы L_4 после первого КР по следующим данным: $\tau_1 = 100$ ч, значения тока анода $I_a(0) = 30$ ма, $I_a(\tau_1) = 29$ ма, $I_{\text{агр}} = 15$ ма, $\eta_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ч}^{-1}$.

Используя программу У-ИПО, на ЭЦВМ «Мир-1» определяем $\eta_y = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ч}^{-1}$, т. е. за первые 100 ч работы лампы уточненное значение интенсивности постепенных отказов η_y будет меньше, чем значение, определенное по статистическим данным до начала эксплуатации.

После уточнения интенсивностей постоянных отказов всех радиоламп в ВЦ уточняются оптимальные периодичности индивидуальных и групповых ПЗ радиоламп и соответственно корректируется общий график проведения ПЗ на ближайший год. Следует отметить, что при ПЗ какого-либо из типов радиоламп также проводится КР остальных радиоламп.

Таким образом, после каждого КР общий график оптимальных ПЗ радиоламп постоянно корректируется в вычислительном центре, что позволяет учитывать особенности функционирования каждого типа радиоламп

и предотвращать практически все постепенные отказы радиоламп передатчика при минимальных эксплуатационных расходах. Необходимым условием существования оптимального адаптивного обслуживания являются своевременные контроль работоспособности и уточнение общего графика оптимальных ПЗ радиоламп, причем время уточнения общего графика в ВЦ не должно превышать интервала между соседними КР.

Во время эксплуатации не всегда возможно проведение ПЗ радиоламп по оптимальному графику. В этом случае необходим грамотный выбор квазиоптимальных сроков ПЗ с учетом возможного увеличения (по отношению к минимальным) эксплуатационных расходов.

6.6. Оптимизация ТО передатчика при нагруженном дублировании

В параграфах 5. 2—5. 5 рассматривалось построение оптимального адаптивного регламента типового связного одиночного передатчика. Однако этот передатчик часто используется, работая при нагруженном дублировании. Естественно, построение регламента для дублированной системы отличается от построения регламента для одиночного передатчика.

В данном параграфе рассматриваются особенности построения оптимального адаптивного регламента для дублированного варианта передатчика. Для определения оптимальной периодичности ПО передатчиков используем модель оптимизации ПО дублированных устройств, рассмотренную в параграфе 3. 9. Так как статистические данные об изменении основного контролируемого параметра (мощности) передатчика при эксплуатации в настоящее время не имеются, то для определения оптимальной периодичности τ_0 и выигрыша от оптимизации W_k профилактического обслуживания обоих передатчиков используем номограммы (рис. 1, 2). Номограммы построены для диапазона значений нормированных продолжительностей профилактики $\eta_{\tau_{\text{п}}}$ и аварийного ремонта $\eta_{\tau_{\text{р}}}$. С увеличением $\eta_{\tau_{\text{р}}}$ и уменьшением $\eta_{\tau_{\text{п}}}$ оптимальная периодичность уменьшается, а выигрыш от оптимизации ПО возрастает до 0,6%. Получение такой величины выигрыша по коэффициенту готовности способствует значительному повышению надежности передатчика.

Пример 6.6.1. Рассмотрим определение оптимальной периодичности ПО передатчика при нагруженном дублировании по следующим данным:

$$P_0 = 1,00, \eta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ч}^{-1}, \tau_p = 20 \text{ч}, \tau_{\Pi} = 2 \text{ч}.$$

По номограмме на рис. 1 и 2 при $\eta\tau_{\Pi} = 4 \cdot 10^{-3}$ и $\eta\tau_p = 4 \cdot 10^{-2}$ определяем $\eta\tau_0 = 0,140$, $\tau_0 = 70 \text{ч}$ и $W_k = 0,13\%$.

Вычислив по номограммам оптимальную периодичность и выигрыши от оптимизации ПО, составляется оп-

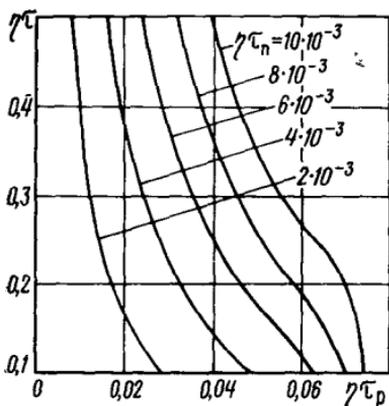


Рис. 6.6.1. Номограмма для определения оптимальной периодичности ПО

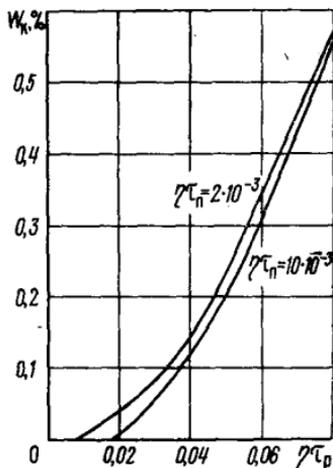


Рис. 6.6.2. Номограмма для определения выигрыша от оптимизации ПО

тимальный план-график ТО передатчиков, по которому профилактика обоих передатчиков проводится поочередно с периодичностью $2\tau_0$. В остальном методика составления оптимального адаптивного регламента для дублированного варианта аналогична методике построения регламента для одиночного передатчика, рассмотренной в параграфах 6.4 и 6.5.

6.7. Выводы

Функциональным блоком, в значительной мере определяющим дальность действия связной радиостанции, является передатчик. Основными элементами передатчика, из-за которых происходят постепенные отказы, являются радиолампы.

Определены оптимальные ТЭП эффективности индивидуальных ПЗ радиоламп в диапазоне изменения сто-

имости ущерба от простоя передатчика на АР (C_y). С увеличением C_y оптимальные периодичности уменьшаются, а выигрыши от оптимизации возрастают.

Вычислены оптимальные ТЭП эффективности групповых ПЗ радиоламп передатчика в диапазоне изменения C_y . Оптимизация проведена с использованием понятия основного элемента с минимальной оптимальной периодичностью. Таким элементом является лампа L_4 .

Проведение оптимальных групповых ПЗ радиоламп позволяет получить для 100 передатчиков за один год эксплуатации значительный выигрыш, который исчисляется десятками и сотнями тысяч рублей.

Построены обобщенные графики для определения оптимальных сроков первого и второго КР, а также для вычисления минимальных эксплуатационных расходов при проведении КР. Минимальными сроками проведения КР характеризуется лампа L_6 , а максимальными — лампы L_2 и L_3 .

Оптимальный адаптивный регламент технического обслуживания передатчика представлен в виде общего плана-графика оптимальных ПЗ радиоламп передатчика на ближайший год эксплуатации, который постоянно корректируется по результатам текущих КР с помощью метода скользящего среднего.

Необходимым условием проведения оптимального адаптивного регламента ТО является своевременная корректировка общего плана-графика оптимальных ПЗ радиоламп и определение оптимальных сроков контроля работоспособности радиоламп в вычислительном центре. Для этого разработаны программы на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1».

Показаны особенности построения оптимального регламента ТО передатчика при нагруженном дублировании. Для определения оптимальной периодичности и выигрыша от оптимизации ПО передатчика предложены инженерные номограммы. Оптимизация ТО дублированного передатчика позволяет существенно повысить его надежность.

Полученные результаты могут быть полезны при составлении оптимальных адаптивных регламентов технического обслуживания изделий любого назначения, что позволит значительно повысить технико-экономическую эффективность их эксплуатации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В книге поставлены и исследованы решения следующих основных задач оптимизации ТО изделий в зависимости от их фактического состояния:

а) вероятностный анализ надежности элементов и устройств, которые эксплуатируются в случайных стационарных и нестационарных режимах;

б) оптимизация индивидуальных и групповых ПО элементов и устройств с ограничениями и без ограничений при комплексном учете технико-экономических характеристик;

в) построение оптимального регламента технического обслуживания изделий, адаптивного к их фактическому состоянию.

По результатам решения задач, рассмотренных в книге, можно сделать следующие основные выводы:

1. Построены неоднородные марковские модели надежности элементов, необслуживаемых и обслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах, с учетом старения и воздействия послепрофилактических отказов. Получены и исследованы аналитические выражения основных характеристик надежности элементов, необслуживаемых и обслуживаемых устройств: вероятности безотказной работы и плотности ее распределения, интенсивности отказов, среднего времени и дисперсии времени безотказной работы, вероятности исправной работы, вероятности простоя на профилактике и восстановлении, коэффициента готовности и коэффициентов простоя на профилактике и восстановлении.

Показано, что при гармоническом изменении режима эксплуатации плотность распределения времени безот-

казной работы и интенсивности отказов элементов и не-обслуживаемых устройств являются мультимодальными функциями. С течением времени интенсивность отказов ограничено возрастает при отсутствии старения и неограниченно возрастает при ярко выраженном старении элементов и устройств. В обслуживаемых устройствах вероятности исправной работы и простоя на профилактике после немонотонного изменения в переходном режиме с течением времени стремятся соответственно к коэффициентам готовности и коэффициентам простоя на профилактике.

Применение минимаксных и усредненных оценок параметров режима эксплуатации приводит к значительным погрешностям при определении основных характеристик надежности.

2. Разработаны обобщенные математические модели оптимизации индивидуальных и групповых профилактических обслуживаний элементов и устройств с ограничениями при комплексном учете технико-экономических характеристик — коэффициента технического использования и удельных эксплуатационных расходов. Получены и исследованы решения прямых и обратных задач оптимизации профилактического обслуживания элементов и устройств при постоянстве и гармоническом изменении режима эксплуатации, а также с учетом после-профилактических отказов. Если при постоянстве режима существует только одно оптимальное решение, то при его периодическом изменении таких решений может быть бесконечное множество. Оптимальная периодичность профилактики увеличивается, а выигрыш от оптимизации уменьшается при увеличении отношения продолжительности (стоимости) проведения аварийного ремонта и уменьшении вероятности полного обновления элемента или устройства.

3. При нормальных законах распределения случайных параметров режима эксплуатации и интенсивностей марковских моделей (внутренних параметров) законы распределения характеристик надежности и оптимального технического обслуживания (выходные характеристики) значительно отличаются от нормального закона. Коэффициенты вариации выходных характеристик также значительно отличаются от коэффициентов вариации случайных параметров.

4. Разработан алгоритм построения оптимального адаптивного регламента технического обслуживания изделий по фактическому состоянию, который позволяет провести оптимальную «стыковку» оптимальных периодичностей на всех уровнях иерархии «элемент — устройство — подсистема — система в целом» с целью максимизации коэффициента технического использования или минимизации удельных эксплуатационных расходов. Необходимым условием оптимизации является возможность выбора стратегий обслуживания и наличие статистической информации о процессах управления: интенсивностей постепенных и внезапных отказов, продолжительностей и стоимостей проведения профилактики, аварийного ремонта и контроля работоспособности. Конечным результатом составления оптимального регламента является решение следующих основных задач: оценка трудоемкости работ по техническому обслуживанию и определение необходимого количества обслуживающего персонала; составление перечня контрольно-измерительного и ремонтного оборудования, необходимого для проведения работ; расчет потребного числа запасных частей; составление общего плана-графика всех видов технического обслуживания на ближайший период эксплуатации.

Оптимальный регламент необходимо постоянно корректировать, применяя адаптивный метод контроля работоспособности и прогнозирования технического обслуживания изделий.

5. Так как полный вероятностный анализ надежности и грамотная оптимизация технического обслуживания элементов и устройств требуют проведения значительного объема вычислений, то для сокращения времени на получение результатов разработаны итерационные алгоритмы, обобщенные инженерные номограммы и комплексы программ на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1».

6. Показана методика составления оптимальных адаптивных регламентов технического обслуживания типового связного передатчика, применяемого в гражданской авиации. Так как основной причиной отказов передатчика являются постепенные отказы радиоламп, то оптимизация технического обслуживания передатчика сводится к оптимизации индивидуальных и группо-

вых профилактических замен радиоламп. Построены номограммы для определения оптимальных периодичностей и выигрышей от оптимизации индивидуальных и групповых профилактических замен радиоламп для диапазона изменения стоимости ущерба от аварии передатчика.

С увеличением стоимости ущерба оптимальная периодичность профилактической замены основного элемента уменьшается практически по гиперболическому закону, а выигрыш от оптимизации увеличивается. Проведение оптимального технического обслуживания 100 передатчиков за один год эксплуатации позволяет получить выигрыш от 10 тыс. руб. (при стоимости ущерба от аварии, равной 50 руб.) до 130 тыс. руб. (при стоимости ущерба — 200 руб.).

Построены обобщенные графики для определения оптимальных сроков первого и второго контроля работоспособности, а также для вычисления минимальных эксплуатационных расходов при контроле. Составлен общий план-график оптимальных групповых профилактических замен радиоламп на ближайший год эксплуатации. Этот график должен постоянно корректироваться по результатам оптимального контроля работоспособности в вычислительном центре с помощью разработанных алгоритмов, номограмм и программ на ЭЦВМ «Мир-1».

7. Полученные решения задач анализа надежности и оптимизации ТО изделий в зависимости от их фактического состояния могут найти применение при проведении научно-исследовательских работ, в учебном процессе, при проектировании новых технических изделий, а также при составлении и дальнейшем уточнении оптимальных регламентов технического обслуживания различных видов техники.

**ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ
И ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ
НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН**

В данном Приложении рассматриваются приближенные формулы для определения моментов и плотности распределения функции (выходной характеристики) $z(x_1, x_n)$ нескольких случайных величин (внутренних параметров), а также коэффициентов влияния внутренних параметров на коэффициент вариации выходной характеристики.

Для приближенного определения моментов распределения функции нескольких случайных величин используется метод квадратичной аппроксимации. Тогда для независимых случайных величин аналитические выражения для математического ожидания, дисперсии, третьего и четвертого центрального моментов распределения функции имеют следующий вид:

$$m(z) = \bar{z} + 0,5 \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right) \sigma^2(x_i), \quad (\text{П.1.1})$$

$$\sigma^2(z) = \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^2 \sigma^2(x_i) +$$

$$+ 0,25 \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right) \mu_4(x_i) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right) \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right) \mu_3(x_i) -$$

$$\begin{aligned}
& -0,25 \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right) \sigma^4(x_i) + \\
& + \sum_{i < j} \sum \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_j}} \right)^2 \sigma^2(x_i) \sigma^2(x_j), \quad (\text{П.1.2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu_3(z) &= \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^3 \mu_3(x_i) + \\
& + 1,5 \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^2 \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right) \mu_4(x_i) - \\
& - 1,5 \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^2 \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right) \sigma^4(x_i) + \\
& + 6 \sum_{i < j} \sum \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_j}} \right) \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^2 \times \\
& \times \left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_j}} \right) \sigma^2(x_i) \sigma^2(x_j), \quad (\text{П.1.3})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mu_4(z) &= \sum_{i=1}^n \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^4 \mu_4(x_i) + \\
& + 6 \sum_{i < j} \sum \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_j}} \right)^2 \left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)^2 \sigma^2(x_j) \sigma^2(x_i), \quad (\text{П.1.4})
\end{aligned}$$

где \bar{z} , $\left(\overline{\frac{\partial z}{\partial x_i}} \right)$, $\left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i^2}} \right)$, $\left(\overline{\frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_j}} \right)$, $i = \overline{1, n}$ — значения функции первой, второй и смешанной производных, вычисленные при математических ожиданиях случайных величин.

Однако формулы (1—4) не позволяют проводить сравнение однотипных моментов распределения различ-

ных функций. Поэтому их следует применять только при равенстве нулю какого-либо из математических ожиданий случайных величин $m(x_i) = 0$. При $m(x_i) \neq 0$, $i = \overline{1, n}$ целесообразно использовать более простые приближенные формулы для определения нормированных моментов распределения функций случайных величин, которые позволяют проводить такое сравнение для математического ожидания и коэффициентов вариации, асимметрии и эксцесса. Для независимых случайных величин приближенные формулы имеют аналитический вид

$$m(z) = \bar{z}L, \quad V(z) = \frac{N}{L},$$

$$A(z) = \frac{S}{N^3}, \quad E(z) = \frac{Q}{N^4} - 3, \quad (\text{П.1.5})$$

где

$$L = 1 + 0,5 \sum_{i=1}^n \beta_i V_i^2, \quad (\text{П.1.6})$$

$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 V_i^2 + 0,25 \sum_{i=1}^n \beta_i^2 V_i^4 (E_i + 2) +$$

$$+ \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i V_i^3 A_i + \sum_{i < j} \gamma_{ij}^2 V_i^2 V_j^2}, \quad (\text{П.1.7})$$

$$S = \sum_{i=1}^n \alpha_i^3 V_i^3 A_i + 1,5 \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \beta_i V_i^4 (E_i + 2) +$$

$$+ 6 \sum_{i < j} \alpha_i \alpha_j \gamma_{ij} V_i^2 V_j^2, \quad (\text{П.1.8})$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \alpha_i^4 V_i^4 (E_i + 3) + 6 \sum_{i < j} \alpha_i^2 \alpha_j^2 V_i^2 V_j^2. \quad (\text{П.1.9})$$

При нормальных законах распределения случайных величин, т. е. при $A_i = E_i = 0$, $i = \overline{1, n}$, формулы (7—9) еще более упрощаются

$$N = \sqrt{k_1 + k_2}, \quad k_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 V_i^2,$$

$$k_2 = 0,5 \sum_{i=1}^n \beta_i^2 V_i^4 + \sum_{i < j} \sum \gamma_{ij}^2 V_i^2 V_j^2, \quad (\text{П.1.10})$$

$$l = \frac{k_2}{k_1}, \quad S = 3 \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \beta_i V_i^4 + \right. \\ \left. + 2 \sum_{i < j} \sum \alpha_i \alpha_j \gamma_{ij} V_i^2 V_j^2 \right],$$

$$E(z) = - \frac{3l(z+l)}{(1+l)^2}. \quad (\text{П.1.11})$$

В формулах (5—11) $\alpha_i = \left(-\frac{\partial \bar{z}}{\partial x_i} \right) \frac{m(x_i)}{\bar{z}}$, $\beta_i = \left(\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x_i^2} \right) \frac{m^2(x_i)}{\bar{z}}$ и $\gamma_{ij} = \left(\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x_i \partial x_j} \right) \frac{m(x_i)m(x_j)}{\bar{z}}$, $i = \overline{1, n}$ — соответственно значения нормированных первой, второй и смешанной производных, определенных при математических ожиданиях случайных величин.

Для случая зависимых случайных величин формулы для определения первых четырех моментов распределения функции значительно усложняются. Так, при нормальных законах распределения зависимых случайных величин аналитические зависимости для математического ожидания и коэффициента вариации имеют вид

$$m(z) = \bar{z}L, \quad V(z) = \frac{N}{L},$$

где

$$L = 1 + 0,5 \sum_{i=1}^n \beta_i V_i^2 + \sum_{i < j} \sum V_i V_j \gamma_{ij}, \quad (\text{П.1.12})$$

$$N = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 V_i^2 + 2 \sum_{i < j} \sum r_{ij} \alpha_i \alpha_j V_i V_j +}$$

$$\begin{aligned}
 & + 0,5 \sum_{i=1}^n \beta_i^2 V_i^4 + \sum_{i < j} \beta_i \beta_j r_{ij} V_i^2 V_j^2 + \\
 & \quad + \sum_{i < j} \gamma_{ij}^2 V_i^2 V_j^2. \quad (\text{П.1.13})
 \end{aligned}$$

Здесь r_{ji} — коэффициент корреляции между i -й (П.1.13) и j -й случайными величинами.

Значения первой, второй и смешанных производных в формулах (1—13) определяются следующим образом. Если функция $z(x_1, x_n)$ имеет простой аналитический вид, то сначала определяются аналитические зависимости для этих производных, а затем их значения в точке, соответствующей математическим ожиданиям случайных внутренних параметров. Если же они сложные или выражены в неявном виде или табличной форме, то используются формулы численного дифференцирования

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial \bar{z}}{\partial x_i} \right) &= \frac{z(x_{i2}) - z(x_{i1})}{\partial V_i m(x_i)}, \quad \left(\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x_i^2} \right) = \\
 &= \frac{z(x_{i2}) + z(x_{i1}) - 2\bar{z}}{9V_i^2 m(x_i)}, \\
 \left(\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x_i \partial x_j} \right) &= \\
 &= \frac{z(x_{i2}, x_{j2}) - z(x_{i1}, x_{j2}) - z(x_{i2}, x_{j1}) + z(x_{i1}, x_{j1})}{36V_i V_j m(x_i) m(x_j)}, \quad (\text{П.1.14})
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 x_{i1} &= (1 - 3V_i) m(x_i), \\
 x_{i2} &= (1 + 3V_i) m(x_i), \quad i = \overline{1, n}; \\
 x_{j1} &= (1 - 3V_j) m(x_j), \\
 x_{j2} &= (1 + 3V_j) m(x_j), \quad j = \overline{1, n} \quad j \neq i.
 \end{aligned}$$

Использование приближенных формул для определения моментов распределения функции случайных ве-

личии приводит к погрешностям, которые с увеличением коэффициентов вариации случайных величин быстро возрастают. Однако при коэффициентах вариации внутренних параметров ($n \leq 5$), не превышающих 0,1—0,2, погрешности оценки моментов распределения функции не превышают (5—10) % для $V(z)$ и (10—30) % для $A(z)$ и $E(z)$. С увеличением числа внутренних параметров погрешности естественно возрастают.

Для приближенного определения плотности распределения функции случайных величин используется ортогональное разложение в ряд по полиномам Эрмита (ряд Грамма-Шарлье), которое при малых коэффициентах вариации обеспечивает наименьшую погрешность в оценке плотности распределения по сравнению с другими видами ортогональных разложений [1, 25]

$$\omega(z) = \frac{1}{V(z)m(z)} \left[\Phi'(y) - \frac{A(z)}{3!} \Phi^{(4)}(y) + \frac{E(z)}{4!} \Phi^{(5)}(y) + \dots \right], \quad (\text{П.1.15})$$

где $y = \frac{z - m(z)}{V(z)m(z)}$ — нормированная центрированная случайная величина; $\Phi'(y)$, $\Phi^{(4)}(y)$, $\Phi^{(5)}(y)$ — соответственно первая, четвертая и пятая производные от интеграла Лапласа

$$\begin{aligned} \Phi'(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0,5y^2}, \quad \Phi^{(4)}(y) = y(3 - y^2) \Phi'(y), \\ \Phi^{(5)}(y) &= (3 - 6y^2 + y^4) \Phi'(y). \end{aligned} \quad (\text{П.1.16})$$

Очень часто при вероятностном анализе необходимо оценить влияние, оказываемое каждым из внутренних параметров на моменты распределения функции. Для этой цели удобно использовать коэффициенты влияния, полученные методом линеаризации, например, для коэффициента вариации функции $V(z)$

$$KB_i[V(z)] = L \left\{ \left[(\alpha_i V_i)^2 + 0,5 (\beta_i V_i^2)^2 + \right. \right.$$

$$+ V_i^4 \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \frac{(V_j \gamma_{ij})^2}{V_i^2 + V_j^2} \left] \frac{1}{N^2} - 0,5 \frac{\beta_i V_i^2}{L} \right\}, \quad (\text{П.1.17})$$

которые нормированы относительно единицы

$$\sum_{i=1}^n KB_i [v(z)] = 1. \quad (\text{П.1.18})$$

Зная коэффициенты влияния, легко провести операцию ранжировки внутренних параметров на «основные» и «неосновные». Погрешность оценки при учете только основных параметров вычисляется следующим образом, например для $V(z)$:

$$\delta [V(z)] = 1 - \sum_{i=1}^{n-j} KB_{i_0} [V(z)], \quad (\text{П.1.19})$$

где KB_{i_0} — коэффициент влияния i -го основного внутреннего параметра; j — число неосновных параметров.

Итак, в этом Приложении показаны приближенные формулы для определения моментов и плотности распределения функции нескольких случайных величин, а также коэффициентов влияния случайных величин (внутренних параметров) на коэффициент вариации функции (выходной характеристики). Отличительной особенностью рассмотренных формул является то, что функция (выходная характеристика) может выступать как в аналитической форме (явном и неявном виде), так и в табличной форме.

КОЭФФИЦИЕНТЫ $\xi_i, R_{ki}, N_{ki}, N_i, M_i$

Коэффициенты ξ_i, R_{ki}, N_{ki} (см. параграф 2.3):

$$\begin{aligned}
 R_{01} &= \frac{1}{\alpha_0} \left(1 + 0,5 \frac{\alpha_1^2}{\Omega^2} \right) + \\
 &+ \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{02}} \left(\frac{0,25 \alpha_0}{\Omega^2} + \frac{1}{\alpha_0} \right) - \frac{0,1875 \alpha_0 \alpha_1^2}{\Omega^2 \alpha_{04}} + \\
 &+ \frac{3\alpha_2}{\alpha_{02} \alpha_{04}} \left(8 \frac{\alpha_1^2 \Omega^2}{\alpha_0} - \alpha_0 \alpha_2 \right), \\
 R_{02} &= \alpha_1 \alpha_2 \left[\frac{1}{\alpha_{04}} \left(\frac{0,375 \alpha_0}{\Omega^2} + \frac{6\alpha_0}{\alpha_{02}} + \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{24 \Omega^2}{\alpha_0 \alpha_{02}} - 0,5 \frac{\alpha_2}{\Omega^2} \right) - \frac{1}{\alpha_0 \alpha_{02}} \right], \\
 R_{11} &= \frac{\alpha_1}{\Omega \alpha_{01}} (\alpha_0 - \alpha_2) + \frac{0,75 \alpha_1 \alpha_2}{\alpha_{03}} \left(\frac{8\Omega}{\alpha_{01}} + \frac{1}{\Omega} \right), \\
 R_{21} &= \frac{0,25}{\Omega_2} \left(\frac{\alpha_2^2}{\alpha_{04}} - \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{02}} \right) + \frac{\alpha_2}{\alpha_{02}} \left(\frac{3\alpha_0}{\alpha_{04}} - 1 \right), \\
 R_{22} &= \frac{\alpha_1}{\alpha_{02}} \left(1 - \frac{6\alpha_0 \alpha_2}{\alpha_{04}} \right) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{0,5\alpha_0\alpha_1\alpha_2}{\Omega^2} \left(\frac{1}{\alpha_{02}} - \frac{1}{\alpha_{04}} \right), \\
R_{31} = & - \frac{0,75\alpha_1\alpha_2}{\Omega\alpha_{03}}, \quad R_{41} = - \frac{0,0625\alpha_0\alpha_2^2}{\Omega^2\alpha_{04}}, \\
R_{51} = & 0, \quad R_{52} = - \frac{0,3125\alpha_2^2}{\Omega\alpha_{05}}, \\
R_{32} = & \frac{0,25\alpha_0\alpha_2}{\Omega\alpha_{03}} - \frac{0,375\alpha_{21}}{\Omega\alpha_{03}} + \\
& + \frac{\alpha_2^2}{\alpha_{05}} \left(\frac{0,625}{\Omega} + \frac{7,5}{\alpha_{03}} \right), \\
N_{01} = N_{02} = & 0, \quad N_{11} = \frac{0,75\alpha_0\alpha_1\alpha_2}{\Omega_{03}} \left(\frac{1}{\Omega^2} + \right. \\
& \left. + \frac{8}{\alpha_{01}} \right) - \frac{\alpha_1}{\alpha_{02}} \left(1 + \frac{\alpha_1\alpha_2}{\Omega^2} \right), \\
N_{12} = & \frac{\alpha_0\alpha_{00}}{\Omega^2\alpha_{01}} + \frac{1}{\alpha_{01}\alpha_{03}} \left[\alpha_2 (\alpha_0^2 + \right. \\
& \left. + 3\Omega^2) + 3\alpha_0\alpha_{21} - \frac{60\alpha_0\alpha_2^2\Omega^2}{\alpha_{05}} \right] - \\
& - \frac{1}{\alpha_{03}} \left(0,75\alpha_2 - \frac{0,375\alpha_0\alpha_{21}}{\Omega^2} \right) - \\
& - \frac{\alpha_0\alpha_2^2}{\alpha_{05}} \left(\frac{0,3125}{\Omega^2} + \frac{7,5}{\alpha_{03}} \right), \\
N_{21} = & \frac{0,5}{\Omega\alpha_{02}} (\alpha_{21} - \alpha_0\alpha_2) - \\
& - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_{04}} \left(\frac{0,5}{\Omega} + \frac{6\Omega}{\alpha_{02}} \right), \\
N_{22} = & - \frac{\alpha_1}{\Omega\alpha_{02}} (0,5\alpha_0 - \alpha_2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_{04}} \left(\frac{1}{\Omega} + \frac{12 \Omega}{\alpha_{02}} \right), \\
N_{32} &= \frac{1}{\alpha_{03}} \left(0,75 \alpha_2 - \frac{0,125 \alpha_0 \alpha_{21}}{\Omega^2} \right) + \\
& + \frac{0,125 \alpha_0 \alpha_2^2}{\alpha_{05}} \left(\frac{1}{\Omega^2} + \frac{20}{\alpha_{03}} \right), \\
N_{31} &= \frac{0,25 \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2}{\Omega^2 \alpha_{03}}, \quad N_{41} = \frac{0,25 \alpha_2^2}{\Omega \alpha_{04}}, \\
N_{42} &= - \frac{0,5 \alpha_1 \alpha_2}{\Omega \alpha_{04}}, \\
N_{51} &= 0, \quad N_{52} = - \frac{0,03125 \alpha_0 \alpha_2^2}{\Omega^2 \alpha_{05}},
\end{aligned}$$

$$\delta_k = \sum_{i=1}^3 \xi_i \alpha_{k-i}, \quad \xi_i = b_{i-1,1} - \frac{b_{21}}{\alpha_2} \alpha_{i-1}, \quad i = \overline{1, 3},$$

где $\alpha_{01} = \alpha_0^2 + \Omega^2$; $\alpha_{00} = \alpha_0^2 + 0,5 \Omega^2$; $\alpha_{02} = \alpha_0^2 + 4\Omega^2$; $\alpha_{03} = \alpha_0^2 + 9\Omega^2$; $\alpha_{04} = \alpha_0^2 + 16 \Omega^2$; $\alpha_{05} = \alpha_0^2 + 25 \Omega^2$; $\alpha_{21} = \alpha_2^2 - \alpha_1^2$.

Коэффициенты N_i и M_i (см. параграф 2.4):

$$N_0 = D_1 + \frac{2\Omega^2}{\alpha_{\Pi}} D_{10}, \quad N_1 = \alpha_{\Pi} D_3 +$$

$$+ \Omega D_4 - \frac{6\alpha_{\Pi} \Omega^2}{C_1} D_{12},$$

$$N_2 = \Omega D_3 + \alpha_{\Pi} D_4 - \frac{6\Omega^3 D_{12}}{C_1},$$

$$N_3 = \Omega D_{10}, \quad N_4 = \alpha_{\Pi} D_{12}, \quad N_5 = -3\Omega D_{12},$$

$$M_0 = - \left[D_2 + \frac{\Omega^2}{\alpha_{\Pi}} (D_8 + D_9) \right],$$

$$M_1 = \Omega D_6 - 2\alpha_{II} D_5 + \frac{\Phi_2}{\Phi_1} (\Omega D_{11} - 2\alpha_{II} D_{13}),$$

$$M_2 = - \left[\Omega D_5 + 2\alpha_{II} D_6 + \frac{\Phi_2}{\Phi_1} (2\alpha_{II} D_{11} + \Omega D_{13}) \right],$$

$$M_3 = \alpha_{II} D_7 + \Omega D_8,$$

$$M_4 = -\Omega D_1, M_5 = -2\alpha_{II} D_8,$$

$$M_6 = -2\alpha_{II} D_9, M_7 = 2\alpha_{II} D_{11},$$

$$M_8 = -3\Omega D_{11}, M_9 = 2\alpha_{II} D_{13}, M_{10} = -3\Omega D_{13},$$

где $D_1 = \frac{k\pi_1}{\alpha_{II}}, D_2 = \frac{k\pi_1^2}{2\alpha_{II}}, D_3 = \frac{k\pi_2 + b\pi_1}{C_1}, D_4 =$
 $= \frac{k\pi_3}{C_1}, D_5 = \frac{k\pi_4 + b\pi_1^2}{\Phi_1}, D_6 = \frac{k\pi_5}{\Phi_1}, D_7 =$
 $= \frac{k\pi_5\pi_7 + 0,5b\pi_5}{2C_1}, D_8 = \frac{k\pi_6 + b\pi_4}{4C_1}, D_9 = \frac{k\pi_6\pi_7^2}{4C_1},$
 $D_{10} = \frac{b\pi_2}{C_2}, D_{11} = \frac{0,5b\pi_6\pi_7}{\Phi_3}, D_{12} = \frac{b\pi_6}{C_3}, D_{13} = \frac{b\pi_6\pi_7^2}{\Phi_3},$
 $\Phi_1 = 4\alpha_{II}^2 + \Omega^2, \Phi_2 = 4\alpha_{II}^2 + 3\Omega^2, \Phi_3 = 4\alpha_{II}^2 + 9\Omega^2, C_2 =$
 $= \alpha_{II}^2 + 4\Omega^2, C_3 = \alpha_{II}^2 + 9\Omega^2, C_1 = \alpha_{II}^2 + \Omega^2, \pi_1 = \frac{\lambda k}{\alpha}, \pi_2 =$
 $= \frac{\lambda\alpha_{II}}{C_1}, \pi_3 = \frac{\lambda\Omega}{C_1}, \pi_4 = \frac{2k\lambda^2}{\alpha_{II}C_1}, \pi_5 = \frac{2\Omega k\lambda^2}{\alpha_{II}^2 C_1}, \pi_6 =$
 $= \frac{\lambda^2}{C_1}, \pi_7 = \frac{\Omega}{\alpha_{II}}.$

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО
ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ И ЗАКОНА
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ
СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН НА ЯЗЫКЕ
«АЛМИР» ДЛЯ ЭЦВМ «МИР-1»**

Комплекс включает в программы для приближенного вычисления моментов и плотности распределения функции независимых, нормально распределенных случайных величин (внутренних параметров):

а) при м.о. внутренних параметров, равных нулю,— ПВ-МПРФ-1 (определяются также и коэффициенты влияния внутренних параметров на дисперсию функции);

б) при м.о. внутренних параметров, не равных нулю,— ПВ-МПРФ-2 (определяются также и коэффициенты влияния внутренних параметров на коэффициент вариации функции).

Программы построены по аналитическим зависимостям Приложения 1.

ПВ-МПРФ-1

""5. "ВЫВ""ПР""10, [ПВ-МПРФ-1], "СТР"; "ДЛ""Т=Т1""Ш""Т2""ДО""Т3""ВЫП""(П=D(ХО[1], ХО[2], ХО[3])); "ВЫВ""СТР""2, Т, "ПР""4, П; "ДЛ""1=1""Ш""1""ДО""К""ВЫП""("ДЛ""F=1""Ш""1""ДО""К""ВЫП""("ЕС""F ≥ 1""ТО""(R[F, 1]=0)"ИН""("ДЛ""Л=1""Ш""1""ДО""К""ВЫП""("ЕС""Л=1""ТО""(Ч0[Л]=ХО[Л]+3×С[Л]; Ч1[Л]=ХО[Л]-3×С[Л]; Ч2[Л]=Ч0[Л]; Ч3[Л]=Ч1[Л]; Ч0[F]=ХО[F]-3×С[F]; Ч1[F]=ХО[F]+3×С[F]; Ч2[F]=Ч1[F]; Ч3[F]=Ч0[F])"ИН""(Ч0[Л]=ХО[Л]; Ч1[Л]=ХО[Л]; Ч2[Л]=ХО[Л]; Ч3[Л]=ХО[Л])); П0=D(Ч0[1], Ч0[2]); Ч0[3]); П1=D(Ч1[1], Ч1[2], Ч1[3]); П2=D(Ч2[1], Ч2[2], Ч2[3]); П3=D(Ч3[1], Ч3[2], Ч3[3]); П4=D(ХО[1],

$X0[2], X0[3]); R[F, I] = (\Pi2 + \Pi3 - \Pi0 - \Pi1) / (36 \times C[I] \times C[F]);$
 "ДЛ"Л = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" ("ЕС"Л = Г"ТО" (Ч5[Л] = X0[Л] + 3 × C[Л]; Ч6[Л] = X0[Л] - 3 × C[Л]) "ИН" (Ч5[Л] = X0[Л]; Ч6[Л] = X0[Л]));
 $\Pi5 = D(Ч5[1], Ч5[2], Ч5[3]); \Pi6 = D(Ч6[1], Ч6[2], Ч6[3]); \Pi4 = D(X0[1], X0[2], X0[3]);$
 $D[I] = (\Pi5 - \Pi6) / (6 \times C[I]); H[I] = (\Pi5 + \Pi6 - 2 \times \Pi4) / (9 \times C[I] \uparrow 2);$
 $L = 1 + 5 \times \Sigma(I=1, K, H[I] \times C[I] \uparrow 2); C2 = \Sigma(I=1, K, D[I] \times C[I] \uparrow 2 - 25 \times \Sigma(I=1, K, (H[I] \times C[I] \uparrow 2) \uparrow 2) + \Sigma(I=1, K, \Sigma(J=1, K, (R[I, J] \times C[I] \times C[J]) \uparrow 2)));$
 $M3 = 6 \times \Sigma(I=1, K, \Sigma(J=1, K, (C[I] \times C[J]) \uparrow 2 \times D[I] \times D[J] \times R[I, J])) - 1. 5 \times \Sigma(I=1, K, D[I] \uparrow 2 \times C[I] \uparrow 4 \times H[I]);$
 $M4 = 6 \times \Sigma(I=1, K, \Sigma(J=1, K, (D[I] \times D[J] \times C[I] \times C[J]) \uparrow 2));$
 $СИ = V(C2); M1 = \Pi \times L; V = СИ / M1; АС = M3 / СИ \uparrow 3; ЕК = M4 / СИ \uparrow 4 - 3;$
 "ВЫВ"СТР", M1, "ПР"4, СИ, "ПР"4, V, "ПР"4, АС, "ПР"4, ЕК;
 "ДЛ"1 = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" (BD[I] = ((D[I] × C[I]) ↑ 2 - 25 × (H[I] × C[I] ↑ 2) ↑ 2 + C[I] ↑ 4 × Σ(J=1, K, (R[I, J] × C[J]) ↑ 2 / (C[I] ↑ 2 + C[J] ↑ 2))) / C2);
 "ВЫВ""МАСС"BD; "ДЛ"Z = -3"Ш". 5"ДО"3"ВЫП" (V = Z × СИ + M1; W = EXP(-Z ↑ 2 / 2) / 2. 5066; K31 = W × (3 - 6 × Z ↑ 2 + Z ↑ 4); K21 = W × Z × (3 - Z ↑ 2); Φ = (W - АС × K21 / 6 + ЕК × K31 / 24) / СИ; "ВЫВ""СТР", Z, "ПР"4, V, "ПР"4, Φ) "ГДЕ"K = 3; T1 = .25; T2 = .25; T3 = 2; B0 = 2; B = 1.5; б = 12.56_ю-2; C0 = 1; C1 = .2; TЭ0 = 1_ю-2; TЭ1 = 1_ю-2; МЮ = 1; Л = 1_ю-3; R1 = (TЭ0 + TЭ1 + МЮ + Л) / 2; R2 = V((TЭ0 + МЮ + Л - TЭ1) ↑ 2 / 4 - TЭ0 × МЮ); H1 = R1 + R2; H2 = R1 - R2; H0 = H1 - H2; D(Э1, Э2, Э3) = -(TЭ1 - H1) / (H1 × H0) × ((H1 - МЮ) × EXP(-H1 × ((C0 + C1 × B0) × T + C1 × (1 / Э3 × (Э2 × SIN(Э3 × T) - Э1 × COS(Э3 × T) + Э1) + B / б × (1 - COS(б × T))) + МЮ)) + (TЭ1 - H2) / (H2 × H0) × ((H2 - МЮ) × EXP(-H1 × ((C0 + C1 × B0) × T + C1 × (1 × Э3 × (Э2 × SIN(Э3 × T) - Э1 × COS(Э3 × T) + Э1) + B / б × (1 - COS(б × T))) + МЮ)); X0[3] = 0, 0, 2, 5.12_ю-2; C[3] = .25, 25, 3.14_ю-2; Ч0[3]; Ч1[3]; Ч2[3]; Ч3[3]; Ч5[3]; Ч6[3]; Д[3]; H[3]; R[3, 3]; BD[3] "К".

ПВ-МПРФ-2

""5."ВЫВ""ПР"10, [ПВ-МПРФ-2], "СТР"; "ДЛ"Т = Т1"Ш"Т2"ДО"
 "ТЗ"ВЫП" (Π = D(X0[1], X0[2], X0[3])); "ВЫВ"Т, "ПР"4, Π; "ДЛ"1
 = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" ("ДЛ"F = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" ("ЕС"F ≥ Г"ТО"
 (Γ[F, I] = 0) "ИН" ("ДЛ"Л = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" ("ЕС"Л = Г"ТО" (Ч0
 [Л] = (1 + 3 × V[Л]) × X0[Л]; Ч1[Л] = (1 - 3 × V[Л]) × X0[Л]; Ч2[Л] = Ч0
 [Л]; Ч3[Л] = Ч1[Л]; Ч0[F] = (1 - 3 × V[F]) × X0[F]; Ч1[F] = (1 + 3 × V[F])
 × X0[F]; Ч2[F] = Ч1[F]; Ч3[F] = Ч0[F]) "ИН" (Ч0[Л] = X0[Л]; Ч1[Л] =
 X0[Л]; Ч2[Л] = X0[Л]; Ч3[Л] = X0[Л])); Π0 = D(Ч0[1], Ч0[2], Ч0[3];
 Π1 = D(Ч1[1], Ч1[2], Ч1[3]); Π2 = D(Ч2[1], Ч2[2], Ч2[3]); Π3 = D(Ч3[1],
 Ч3[2], Ч3[3]); Π4 = D(X0[1], X0[2], X0[3]); Γ[F, I] = (Π2 + Π3 - Π0 - Π1)
 / (36 × V[I] × V[F] × Π4)); "ДЛ"Л = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" ("ЕС"Л = Г"
 ТО" (45[Л] = (1 + 3 × V[Л]) × X0[Л]; Ч6[Л] = (1 - 3 × V[Л]) × X0[Л])
 "ИН" (45[Л] = X0[Л]; Ч6[Л] = X0[Л])); Π5 = D(Ч5[1], Ч5[2], Ч5[3]);

$\Pi_6 = D(\Psi_6[1], \Psi_6[2], \Psi_6[3]); \Pi_4 = D(X_0[1], X_0[2], X_0[3]); A[I] = (\Pi_5 - \Pi_6) / (6 \times V[I] \times \Pi_4); B[I] = (\Pi_5 + \Pi_6 - 2 \times \Pi_4) / (9 \times V[I] \uparrow 2 \times \Pi_4); L = 1 + .5 \times \Sigma(I=1, K, B[I] \times V[I] \uparrow 2); K_1 = \Sigma(I=1, K, (A[I] \times V[I] \uparrow 2)); K_2 = .5 \times \Sigma(I=1, K, (B[I] \times V[I] \uparrow 2) \uparrow 2) + \Sigma(I=1, K, \Sigma(J=1, K, (\Gamma[I, J] \times V[I] \times V[J]) \uparrow 2)); K_3 = K_2 / K_1; S = 3 \times (\Sigma(I=1, K, A[I] \uparrow 2 \times V[I] \uparrow 4 \times B[I]) + 2 \times \Sigma(I=1, K, A[I] \times V[I] \uparrow 2 \times \Sigma(J=1, K, A[J] \times \Gamma[I, J] \times V[J] \uparrow 2))); M_1 = L \times \Pi; N = V(K_1 + K_2); M_2 = N / L; M_3 = S / N \uparrow 3; M_4 = -(3 \times K_3 \times (2 + K_3)) / (1 + K_3) \uparrow 2; "ВЫВ""СТР", M_1, "ПР"4, M_2, "ПР"4, M_3, "ПР"4, M_4; "ДЛ"1=1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" (BV[I] = L \times (((A[I] \times V[I]) \uparrow 2 + .5 \times (B[I] \times V[I] \uparrow 2) \uparrow 2 + V[I] \uparrow 4 \times \Sigma(J=1, K, (V[J] \times \Gamma[I, J]) \uparrow 2 / (V[I] \uparrow 2 + V[J] \uparrow 2))) / N \uparrow 2 - .5 \times B[I] \times V[I] \uparrow 2 / L)); "ВЫВ""МАСС"BV; "ДЛ"Z=-3"Ш".5"ДО"3"ВЫП" (Y = (Z \times M_2 + 1) \times M_1; W = EXP(-Z \uparrow 2 / 2) / 2.5066; K_21 = W \times Z \times (3 - Z \uparrow 2); K_31 = W \times (3 - 6 \times Z \uparrow 2 + Z \uparrow 4); \Phi = (W - M_3 \times K_21 / 6 + M_4 \times K_31 / 24) / (M_1 \times M_2); "ВЫВ""СТР", Z, "ПР"4, Y, "ПР"4, \Phi)) "ГДЕ"K=3; T_1 = .125; T_2 = .125; T_3 = 2; D(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3) = ((\Theta_1 + \Theta_2 \times EXP(-\Theta_3 \times T)) \times EXP(\Theta_2 / \Theta_3 \times EXP(-\Theta_3 \times T)) + \Theta_1 \times (\Theta_1 \times T - 1) - \Theta_1 / \Theta_3 \times (\Theta_1 \times (\Theta_2 / \Theta_3 \times EXP(-\Theta_3 \times T)) \times (1 + \Theta_2 / (4 \times \Theta_3) + EXP(-\Theta_3 \times T)) - \Theta_2 / \Theta_3 \times (1 + \Theta_2 / (4 \times \Theta_3))) + \Theta_2 \times EXP(-\Theta_3 \times T) \times (1 + \Theta_2 / 2 \times EXP(-\Theta_3 \times T))) / ((EXP(\Theta_2 / \Theta_3 \times EXP(-\Theta_3 \times T)) + \Theta_1 \times (T - (\Theta_2 / \Theta_3 \times EXP(-\Theta_3 \times T)) \times (1 + \Theta_2 / (4 \times \Theta_3) + EXP(-\Theta_3 \times T)) - \Theta_2 / \Theta_3 \times (1 + \Theta_2 / (4 \times \Theta_3))) / \Theta_3)); X_0[3] = 1, 2, 16; V[3] = .1, .1, .1; \Psi_0[3]; \Psi_1[3]; \Psi_2[3]; \Psi_3[3]; \Psi_4[3]; \Psi_5[3]; \Psi_6[3]; A[3]; B[3]; \Gamma[3, 3]; BV[3]"К"К$

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО
АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ
И УСТРОЙСТВ, ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ
В СЛУЧАЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ
И НЕСТАЦИОНАРНЫХ
РЕЖИМАХ НА ЯЗЫКЕ «АЛМИР»
ДЛЯ ЭЦВМ «МИР-1»**

В комплекс входят следующие программы.

Для определения основных характеристик надежности элементов и необслуживаемых устройств, эксплуатируемых в гармоническом режиме:

а) при кратных интенсивностях марковских моделей без учета старения — ВАН-ЭНУ-К1 и с учетом старения — ВАН-ЭНУ-К2;

б) при некрatных интенсивностях марковских моделей — ВАН-ЭНУ-НК.

Для определения характеристик надежности устройств с послепрофилактическими отказами:

а) при постоянстве режима эксплуатации для первой частной модели — ВАН-ОУ-ППО-1 и для четвертой частной модели — ВАН-ОУ-ППО-2;

б) при гармоническом изменении режима эксплуатации и кратных интенсивностях марковских моделей — ВАН-ОУ-ППО-ГР.

Для вычисления характеристик надежности обслуживаемых устройств при гармоническом изменении режима эксплуатации и кратных интенсивностях марковских моделей:

а) для восстанавливаемых устройств, которые не подвергаются профилактическому обслуживанию — ВАН-ВУ-К-ГР;

б) для профилактически обслуживаемых устройств — ВАН-ПУ-К-ГР.

Все программы составлены по аналитическим выражениям второй главы.

ВАН-ЭНУ-К1

""5."ВЫВ""ПР""10,[ВАН-ЭНУ-К1],""СТР""; ""ДЛ""Т=Т1""Ш""Т2""ДО""Т3
 ""ВЫП""(Q=(C0+C1×B0)×T+B/Г×(1-COS(Г×T)); P0=EXP(-B0×Q); P1=Э1/Ф×(EXP(-B0×Q)-EXP(Э2×Q)); P=P1+P0; P2=1-P0-P1; F=(C0+C1×(B0+B×SIN(Г×T)))×(Э0×P0+Э2×P1); L=F/P; M0=Y[1]×P0+Y[2]×P1+Y[3]×P2; X0=Y[1]-M0; X1=Y[2]-M0; X2=Y[3]-M0; СИ=V(X0↑2×P0+X1↑2×P1+X2↑2×P2); АС=(X0↑3×P0+X1↑3×P1+X2↑3×P2)/СИ↑3; ЕК=(X0↑4×P0+X1↑4×P1+X2↑4×P2)/СИ↑4; V=СИ/M0; ""ВЫВ""ТАБЛ""1,Т,P0,P1,P2,P,F,L; ""ВЫВ""СТРОК""; ""ВЫВ""ТАБЛ""2,Т,M0,СИ,АС,ЕК,V; ""ДЛ""Z=-3""Ш""5""ДО""3""ВЫП""(Y=Z×СИ+M0; W=EXP(-Z↑2/2)/2.5066; K31=W×(3-6×Z↑2+Z↑4); K21=W×Z×(3-Z↑2); Ф1=(W-АС×K21/6+ЕК×K31/24)/СИ; ""ВЫВ""ТАБЛ""3,Z,Y,Ф1)); M1=1/(Ф×Ч0)×Σ(I=1, 5, N[I]×((Э2-Э0)/B0×EXP(B0/Г×(Ч1×COS(Г×X[I]/(Ч0×B0))-Ч1))-Э1/Э2×EXP(Э2/Г×Ч1×(COS(Г×X[I]/(Э2×Ч0))-1))))); MJ=1/(Ф×Ч0)×Σ(I=1, 4, N1[I]×((Э2-Э0)/B0↑2×(Ч0+Ч1×SIN(Г×XJ[I]/(Ч0×B0)))×EXP(B0×Ч1/Г×(COS(Г×XJ[I]/(Ч0×B0))-1))-Э1/Э2↑2×(Ч0+Ч1×SIN(Г×XJ[I]/(Э2×Ч0)))×EXP(Э2×Ч1/Г×(COS(Г×XJ[I]/(Э2×Ч0))-1))))); ""ВЫВ""СТРОК"", M1, ""ПР""5, MJ""ПР""5, V(MJ)""ГДЕ""Ф=Э2-Э0-Э1; Ч0=C0+B0×C1; Ч1=B×C1; B0=Э0+Э1; Э0=.2ю-5; Э1=1ю-5; Э2=2ю-5; C0=1; C1=.02; Г=6.28ю-5; Т1=.125ю5; Т2=.125ю5; Т3=1ю5; B0=20; B=15; N[5]=.2,.601,.1257,.01294,.1201ю-3; X[5]=0,.743,2.572,5.73,10.95; N1[4]=1.86,3.357,.764,.0183; XJ[4]=1.756,4.266,8.058,13.92; Y[3]=1,.9,.8""КОН""

ВАН-ЭНУ-К2

""5."ВЫВ""ПР""6,[ВАН-ЭНУ-К2],""СТР""; ""ДЛЯ""Т=0""ШАГ""0.025""ДО""2""ВЫП""""ВЫВ""ТАБЛ""1,Т,B0+B1×COS(Ю),S,F,Ф""ГДЕ""Ф=(L1×L2-K1×K2×EXP(-L0×Q))×S/(L1-K1×EXP(-L0×Q)); F=S×(L1×L2×EXP(-L2×Q)-K1×K2×EXP(-K2×Q))/L0; S=E00+E10×COS(Ю)+E20×(COS(Ю))↑2+(E01+E11×COS(Ю)+E21×(COS(Ю))↑2)×T+(E02+E12×COS(Ю)+E22×(COS(Ю))↑2)×T↑2; Q=(E00+E20/2)×T+(E01+E21/2×T↑2/2+(E02+E22/2)×T↑3/3+(E10-2×E12/W↑2+E11×T+E12×T↑2)×SIN(Ю)/W+(E11+2×E12)×COS(Ю)/W↑2+(E20-E22/(2×W↑2)+E21×T+E22×T↑2)×SIN(2×Ю)/(4×W)+(E21/2+E22×T)×COS(2×Ю)/(4×W↑2)-(E11+E21/4)W↑2; L0=K2-K0-K1; L1=K2-K0; L2=K0+K1; E00=A00+A10×B0+A20×B0↑2; E01=A01+A11×B0+A21×B0↑2; E02=A02+A12×B0+A22×

$B0 \uparrow 2$; $E10 = (A10 + 2 \times A20 \times B0) \times B1$; $E11 = (A11 + 2 \times A21 \times B0) \times B1$;
 $E12 = (A12 + 2 \times A22 \times B0) \times B1$; $E20 = A20 \times B1 \uparrow 2$; $E21 = A21 \times B1 \uparrow 2$;
 $E22 = A22 \times B1 \uparrow 2$; $Ю = W \times T$; $W = 6.2834 \times C$; $B0 = 15$; $B1 = 70$; $A00 = 2.75$;
 $A01 = 0$; $A02 = 7.25$; $A10 = -.3$; $A11 = 0$; $A12 = -.3$; $A20 = .01$; $A21 = 0$;
 $A22 = .01$; $K0 = .2$; $K2 = 2$; $K1 = 1$; $C = 4''K''$

ВАН-ЭНУ-НК

""6. "БЫВ"" ПР10, [ВАН-ЭНУ-НК], "СТР"2; $DX = D0 \uparrow 2 + 0.5 \times D \uparrow 2$; $DY = -0.5 \times D \uparrow 2$;
 $B01 = C01 + D0 \times C11 + DX \times C21$; $B02 = C02 + D0 \times C12 + DX \times C22$;
 $B00 = C00 + D0 \times C10 + DX \times C20$; $B10 = (C10 + 2 \times C20 \times D0) \times D$;
 $B11 = (C11 + 2 \times C21 \times D0) \times D$; $B12 = (C12 + 2 \times C22 \times D0) \times D$;
 $B20 = DY \times C20$; $B21 = DY \times C21$; $B22 = DY \times C22$; $AL0 = B00 + B01 + B02$;
 $AL1 = B10 + B11 + B12$; $AL2 = B20 + B21 + B22$; $U = Q \uparrow 2$; $A1 = AL0 \uparrow 2 + U$;
 $A4 = AL0 \uparrow 2 + 4 \times U$; $A9 = AL0 \uparrow 2 + 9 \times U$; $A16 = AL0 \uparrow 2 + 16 \times U$;
 $A25 = AL0 \uparrow 2 + 25 \times U$; $AX = AL1 \times AL2$; $AY = A4 \times A16$; $X = AL0 \times AX$;
 $Y = AL2 \uparrow 2 - AL1 \uparrow 2$; $Q1 = Q \times A1$; $Q4 = Q \times A4$; $Q9 = Q \times A9$;
 $Q16 = Q \times A16$; $Q25 = Q \times A25$; $Z = AL0 \times AL2$; $E = AL0 \times AL2 \uparrow 2$;
 $AZ = A9 \times A25$; $AE = A1 \times A9$; $U4 = U \times A4$; $U9 = U \times A9$;
 $U16 = U \times A16$; $U25 = U \times A25$; $R01 = 1/AL0 \times (1 + 0.5 \times AL1 \uparrow 2/U) + (0.25 \times AL0 \times Y)/U4 + Y/(AL0 \times A4) - (0.5 \times X)/(U4) - AX/(AL0 \times A4)$;
 $R02 = (0.375 \times X)/(U16) + (6 \times X)/AY + (24 \times AX \times U)/(AL0 \times AY) - (0.5 \times X)/(U4) - AX/(AL0 \times A4)$;
 $R11 = AL0 \times AL1/Q1 - AX/Q1 + (6 \times AX \times Q)/AE + (0.75 \times AX)/Q9$;
 $R12 = (U + 0.5 \times AL1 \uparrow 2)/Q1 - (Z \times (AL0 \uparrow 2 + 3 \times U))/(Q1 \times A9) + (0.5 \times Z)/Q9 + (0.75 \times Y)/Q9 + (3 \times Q \times U)/AE - (0.9375 \times AL2 \uparrow 2)/Q25 - (15 \times AL2 \uparrow 2 \times Q)/AZ - (60 \times AL2 \uparrow 2 \times Q \uparrow 3)/(A1 \times AZ) + (0.25 \times Z)/Q9 - (0.375 \times Y)/Q9 + (0.625 \times AL2 \uparrow 2)/Q25 + (7.5 \times AL2 \uparrow 2 \times Q)/AZ$;
 $R21 = (0.25 \times E)/(U16) + (3 \times Z)/(AY - AL2/A4 - (0.35 \times AL0 \times Y)/U4)$;
 $R22 = AL1/A4 + (0.5 \times X)/U4 - (0.5 \times X)/U16 - (6 \times X)/A4$;
 $R31 = -(0.75 \times AX)/Q9$; $R32 = (0.25 \times Z)/Q9 - (0.375 \times Y)/Q9 + (0.625 \times AL2 \uparrow 2)/Q25 + (7.5 \times AL2 \uparrow 2 \times Q)/AZ$;
 $R41 = -(0.0625 \times E)/U16$; $R42 = (0.125 \times X)/U16$;
 $R52 = -(0.3125 \times AL2 \uparrow 2)/Q25$; $N01 = 0$; $N02 = 0$;
 $N11 = (0.75 \times X)/U9 + (6 \times X)/AE - AL1/A1 - X/(U \times A1)$;
 $N12 = (AL0 \times (U + 0.5 \times AL1 \uparrow 2))/(U \times A1) + (AL2 \times (AL0 \uparrow 2 + 3 \times U))/AE - (1.5 \times AL2)/A9 + (0.25 \times AL0 \times Y)/U9 + (3 \times AL0 \times Y)/AE - (0.1875 \times E)/U25 - (5 \times E) - (60 \times E \times U)/(A1 \times AZ) - (0.75 \times AL2)/A9 + (0.125 \times AL0 \times Y)/U9 - (0.125 \times E)/(U25) - (2.5 \times E)/AZ$;
 $N21 = (0.5 \times Y)/Q4 - Z/Q4 - (0.5 \times AL2 \uparrow 2)/Q16 - (6 \times AL2 \uparrow 2 \times Q)/AY$;
 $N22 = (AL1 \times AL0)/(2 \times Q4) - AX/Q4 + AX/Q16 + (12 \times AX \times Q)/AY$;
 $N31 = -(0.25 \times X)/U9$;
 $N32 = (0.75 \times AL2)/A9 - (0.125 \times AL0 \times Y)/U9 + (0.125 \times E)/U25 + (2.5 \times E)/A9$;
 $N41 = (0.25 \times AL2 \uparrow 2)/Q16$;
 $N42 = -(0.5 \times AX)/Q16$;
 $N51 = 0$;
 $N52 = -(0.03125 \times E)/U25$;
 $KS11 = B01 - B21/AL2 \times AL0$;
 $KS12 = B11 - B21/AL2 \times AL1$;
 "ДЛЯ"Т=Т1"Ш"Н"ДО"Т2"БЫП"(B=Q×T+Φ0;
 $L0 = (B00 + B01) \times T - (B10 + B11)/Q \times (\cos(B) - \cos(\Phi0)) + (B20 + B21)/(2 \times Q) \times (\sin(2 \times B) - \sin(2 \times \Phi0))$;
 $L1 = AL0 \times T - AL1/Q \times \cos(B) + 0.5 \times AL2/Q \times \sin(2 \times B)$;
 $L2 = \Sigma(I=1, 2, \Sigma(K=0, 5, KS1[I] \times (R[K, I] \times$

$\text{COS}(K \times B) + N[K, I] \times \text{SIN}(K \times B))$); $L3 = B02 \times T - B12/Q \times \text{COS}(B) + B22/(2 \times Q) \times \text{SIN}(2 \times B)$; $M = \text{EXP}(-1/Q \times (AL1 \times \text{COS}(\Phi0) - 0.5 \times AL2 \times \text{SIN}(2 \times \Phi0)))$; $L10 = -AL1/Q \times \text{COS}(B) + 0.5 \times AL2/Q \times \text{SIN}(2 \times B)$; $L20 = \Sigma(I=1, 2, \Sigma(K=0, 5, KSI[I] \times R[K, I] \times \text{COS}(K \times \Phi0) + N[K, I] \times \text{SIN}(K \times \Phi0)))$; $A00 = B00 + B10 \times \text{SIN}(B) + B20 \times \text{COS}(2 \times B)$; $A11 = B01 + B11 \times \text{SIN}(B) + B21 \times \text{COS}(2 \times B)$; $C2 = L20 + B21/AL2 \times \text{EXP}(-L10)$; $P0 = \text{EXP}(-L0)$; $P1 = \text{EXP}(-L3) \times M \times (C2 - \text{EXP}(-AL0 \times T) \times L2 - B21/AL2 \times \text{EXP}(-L1))$; $P = P0 + P1$; $F = A00 \times P0 + A11 \times P1$; $J = F/P$; "ВЫВ""ТАБЛ"1, T, P0, P1, P, F, J) "ГДЕ" C00=0.2; C01=0.4; C02=0.4; C10=0.08; C11=0.2; C12=0.3; C20=0.01; C21=0.02; C22=0.02; D0=2; D=1.5; Q=6.28; $\Phi0=0$; T1=0; N=0.125; T2=2; KSI[2]; R[6, 2]; N[6, 2]"КОН"

ВАН-ОУ-ППО-1

""5. "ВЫВ""ПР"20, [ВАН-ОУ-ППО-1], "СТР"; "ДЛ" T=T1"Ш" T2" ДО" T3" ВЫП" ($LT = T - JN/AN \uparrow 2 \times \text{EXP}(-AN \times T) \times (1 + JN/(4 \times AN) \times \text{EXP}(-AN \times T) + JN \uparrow 2)/(18 \times AN \uparrow 2) \times \text{EXP}(-2 \times AN \times T)$); $P0 = \text{EXP}(JN/AN \times (\text{EXP}(-AN \times T) - 1) - \Pi \times T)$; $P1 = \Pi \times \text{EXP}(-(JN/AN + \Pi \times T)) \times (LT - L0)$; $P = P0 + P1$; $P2 = 1 - P0 - P1$; $F = JN \times \text{EXP}(-AN \times T) \times P0 + \Pi \times P1$; $L = F/P$; "ВЫВ""ТАБЛ"1, T, P0, P1, P, P2, F, L) "ГДЕ" $L0 = -JN/AN \uparrow 2 \times (1 + JN/(4 \times AN) + JN \uparrow 2/(18 \times AN \uparrow 2))$; $JN = 2_{ю-5}$; $AN = 16_{ю-5}$; $\Pi = 1_{ю-5}$; $T1 = .125_{ю5}$; $T2 = .125_{ю5}$; $T3 = 1_{ю5}$ "КОН"

ВАН-ОУ-ППО-2

""5. "ВЫВ""ПР"20, [ВАН-ОУ-ППО-2], "СТР"; "ДЛ" T=.1_{ю5}"Ш". 1_{ю5} 51_{ю6} "ВЫП" ($LT = -1/W + JN/AN \times \text{EXP}(-AN \times T) \times (1/(W + AN) + JN \times \text{EXP}(-AN \times T)/(2 \times AN \times (W + 2 \times AN)) + JN \uparrow 2 \times \text{EXP}(-2 \times AN \times T)/(6 \times AN \uparrow 2 \times (W + 3 \times AN)))$); $P0 = \text{EXP}(JN/AN \times (\text{EXP}(-AN \times T)) - (J0 + \Pi0) \times T)$; $P1 = \Pi0 \times \text{EXP}(-(JN/AN + (J0 + \Pi0) \times T)) \times (LT - L0)$; $P = P0 + P1$; $P2 = 1 - P0 - P1$; $F = (J0 + JN \times \text{EXP}(-AN \times T)) \times P0 + \Pi1 \times P1$; $L = F/P$; "ВЫВ""ТАБЛ"1, T, P0, P1, P, P2, F, L) "ГДЕ" $L0 = -1/W + JN/AN \times (1/(W + AN) + JN/(2 \times AN \times (W + 2 \times AN)) + JN \uparrow 2/(6 \times AN \uparrow 2 \times (W + 3 \times AN)))$; $W = \Pi0 - \Pi1 + J0$; $\Pi0 = 1_{ю-5}$; $\Pi1 = .5_{ю-5}$; $J0 = 1_{ю-5}$; $JN = 2_{ю-5}$; $AN = 16_{ю-5}$ "КОН"

ВАН-ОУ-ППО-ГР

""5. "ВЫВ""ПР"10, [ВАН-ОУ-ППО-ГР], "СТР"; $R = W \uparrow 2$; $L = A \uparrow 2$; $C1 = L + R$; $C2 = L + 4 \times R$; $C3 = L + 9 \times R$; $\Phi1 = 4 \times L + R$; $\Phi2 = 4 \times L + 3 \times R$; $\Phi3 = 4 \times L + 9 \times R$; $Ы1 = J \times K/A$; $Ы2 = J \times A/C1$; $Ы3 = J \times W/C1$; $Ы4 = 2 \times K \times J \uparrow 2/(A \times C1)$; $Ы5 = 2 \times W \times K \times J \uparrow 2/(A \uparrow 2 \times C1)$; $Ы6 = J \uparrow 2/C1 \uparrow 2$; $Ы7 = W/A$; $Д1 = K \times Ы1/A$; $Д2 = K \times Ы1 \uparrow 2/(2 \times A)$; $Д3 = (K \times$

$B_2 + B \times B_1) / C_1$; $D_4 = K \times B_3 / C_1$; $D_5 = (K \times B_4 + B \times B_1 \uparrow 2) / \Phi_1$; $D_6 = K \times B_5 / \Phi_1$; $D_7 = (K \times B_6 \times B_7 + .5 \times B \times B_5) / (2 \times C_1)$; $D_8 = (K \times B_6 + B \times B_4) / (4 \times C_1)$; $D_9 = K \times B_6 \times B_7 \uparrow 2 / (4 \times C_1)$; $D_{10} = B \times B_2 / C_2$; $D_{11} = .5 \times B \times B_6 \times B_7 / \Phi_3$; $D_{12} = B \times B_6 / C_3$; $D_{13} = B \times B_6 \times B_7 \uparrow 2 / \Phi_3$; $N_0 = D_1 + 2 \times W \uparrow 2 \times D_{10} / A$; $N_1 = A \times D_3 - W \times D_4 - 6 \times A \times W \uparrow 2 \times D_{12} / C_1$; $N_2 = W \times D_3 + A \times D_4 - 6 \times W \uparrow 3 \times D_{12} / C_1$; $N_3 = W \times D_{10}$; $N_4 = A \times D_{12}$; $N_5 = -3 \times W \times D_{12}$; $N_6 = A \times D_{10}$; $M_0 = -(D_2 + W \uparrow 2 / A \times (D_8 + D_9))$; $M_1 = W \times D_6 - 2 \times A \times D_5 + \Phi_2 / \Phi_1 \times (W \times D_{11} - 2 \times A \times D_{13})$; $M_2 = -(W \times D_5 + 2 \times A \times D_6 + \Phi_2 / \Phi_1 \times (2 \times A \times D_{11} + W \times D_{13}))$; $M_3 = A \times D_7 + W \times D_8$; $M_4 = -W \times D_7$; $M_5 = -2 \times A \times D_8$; $M_6 = -2 \times A \times D_9$; $M_7 = 2 \times A \times D_{11}$; $M_8 = -3 \times W \times D_{11}$; $M_9 = 2 \times A \times D_{13}$; $M_{10} = -3 \times W \times D_{13}$; $V_0 = -\Theta \times (-B/W + M_0 + N_0 + N_2 + M_2 + M_4 + M_6 + M_7)$; "ДЛ"Т=Т1"Ш"Т2"ДО"Т3"ВЫП" (Ю1= SIN(W×Т); Ю2= SIN(2×W×Т); Я1= COS(W×Т); Я2= COS(2×W×Т); Ч1= EXP(-A×Т); Ч2= EXP(-2×A×Т); S=K+B×Ю1; V= Э×(K×Т-B/W×Я1+Ч1×(N0+N1×Ю1+N2×Я1+N3×Ю2+N4×Ю1↑3+N5×Ю1↑2×Я1+N6×Ю1↑2)+Ч2×(M0+M1×Ю1+M2×Я1+M3×Ю2+M4×Я2+M5×Ю1↑2+M6×Я1↑2+M7×Я1↑3+M8×Ю1×Я1↑2+M9×Ю1↑3+M10×Ю1↑2×Я1)); U=EXP(-Э×(K×Т-B/W×Я1)); P0=EXP(-Э×(K×Т+B/W×(1-Я1))-Л×(K/A×(1-Ч1)+B/C1×(W-(A×Ю1+W×Я1)×Ч1))); U0=EXP(-Л×(K/A+W/C1)-Э×B/W); P1=U×(V+V0)×U0; U1=-Э×S×U; V1=Э×S×EXP(Л×Ч1×(K/A+(A×Ю1+W×Я1)/C1)); F=S×(Э+Л×Ч1)×P0-(V+V0)×U1×U0-U0×U×V1; P=P0+P1; И=F/P; СИ=-LN(P)/Т; "ВЫВ"Т, "ПР"4, S, "ПР"4, P, "ПР"4, F, "ПР"4, И, "ПР"4, СИ, "СТР")"ГДЕ" Т1=1_ю-5; Т2=.125; Т3=2; Э=1; В=1.5; К=2; Л=2; А=16; W=6.28"К"

ВАН-ВУ-К-ГР

""6. "ВЫВ""ПР"20, [ВАН-ВУ-К-ГР], "СТР"; $N_1 = П_0 + Л_0 + M$; $N_2 = M \times П_0$; $N_3 = (П_1 + N_1) / 2$; $D_1 = N_3 + V(N_3 \uparrow 2 - (N_1 \times П_1 + N_2))$; $D_2 = N_3 - V(N_3 \uparrow 2 - (N_1 \times П_1 + N_2))$; $A_1 = П_1 - D_1$; $A_2 = П_1 - D_2$; $L_0 = A_2 - A_1$; $Y_1 = 1 / D_1$; $Y_2 = 1 / D_2$; $Z_0 = M / L_0 \times (Y_2 \times A_2 - Y_1 \times A_1)$; $Z_1 = M / L_0 \times (Y_2 - Y_1)$; $X_0 = H_0 - Z_0$; $X_1 = H_1 / П_0 - Z_1$; $C_1 = (A_2 \times X_1 - X_0) / L_0$; $C_2 = (X_0 - A_1 \times X_1) / L_0$; $КГ = П_0 \times Z_1 + Z_0$; $КП = 1 - КГ$; "ВЫВ"КГ,"ПР"4,КП,"СТР"; "ДЛ"Т=ТО"Ш"Т1"ДО"ТN"ВЫП"(Q=B0×Т-B1/E×(COS(E×Т)-1); E1=EXP(-D1×Q); E2=EXP(-D2×Q); P0=Z0+C1×A1×E1+C2×A2×E2; P1=П0×(Z1+C1×E1+C2×E2); P2=1-P0-P1; PИ=P0+P1; PП=P2; "ВЫВ"ТАБЛ"1,Т,PИ,PП)"ГДЕ"ПО=3_ю-3; П1=3_ю-3; Л0=1_ю-3; M=1; B0=1; B1=1; E=12.56_ю-2; H0=.9; H1=.1; T0=0; T1=10; TN=200"К"

ВАН-ПУ-К-ГР

""7."ВЫВ""ПР"10,[ВАН-ПУ-К-ГР],"СТР"; $A1=(D1-T1-H) \times (D1-K)$;
 $A2=(D2-T1-H) \times (D2-K)$; $A3=(D3-T1-H) \times (D3-K)$; $B1=T0 \times (K-D1)$;
 $B2=T0 \times (K-D2)$; $B3=T0 \times (K-D3)$; $G1=B2-B3$; $G2=B3-B1$; $G3=B1-B2$;
 $Y1=G1/D1$; $Y2=G2/D2$; $Y3=G3/D3$; $L0=A1 \times G1 + A2 \times G2 + A3 \times G3$;
 $L1=M/L0$; $Z0=L1 \times (A1 \times Y1 + A2 \times Y2 + A3 \times Y3)$; $Z1=L1 \times (B1 \times Y1 + B2 \times Y2 + B3 \times Y3)$;
 $Z2=L1 \times (Y1 + Y2 + Y3)$; $X0=P0-Z0$; $X1=P1-Z1$;
 $X2=P2/(T0 \times H)-Z2$; $C1=1/L0 \times (X0 \times G1 + X1 \times (A3-A2) + X2 \times (A2 \times B3 - A3 \times B2))$;
 $C2=1/L0 \times (X0 \times G2 + X1 \times (A1-A3) + X2 \times (A3 \times B1 - A1 \times B3))$;
 $C3=1/L0 \times (X0 \times G3 + X1 \times (A2-A1) + X2 \times (A1 \times B2 - A2 \times B1))$;
 $KГ0=Z0+Z1$; $КППО=T0 \times H \times Z2$; $КП0=1-КГ0-КППО$; "ВЫВ"КГ0,"ПР"4,КППО,"ПР"4,КП0,"СТР";
 "ДЛ"Т=T10"Ш"Т2"ДО"Т3"ВЫП"(Q=B0 \times T + B/W \times (1-COS(W \times T))); $Я1=EXP(-D1 \times Q)$; $Я2=EXP(-D2 \times Q)$;
 $Я3=EXP(-D3 \times Q)$; $P0T=Z0 + A1 \times C1 \times Я1 + A2 \times C2 \times Я2 + A3 \times C3 \times Я3$;
 $P1T=Z1 + B1 \times C1 \times Я1 + B2 \times C2 \times Я2 + B3 \times C3 \times Я3$; $P2T=T0 \times H \times (Z2 + C1 \times Я1 + C2 \times Я2 + C3 \times Я3)$;
 $P3T=1-P0T-P1T-P2T$; $КГ=P0T+P1T$; $КПП=P2T$; $КП=P3T$; "ВЫВ"КГ,"ПР"4,КПП,"ПР"4,КП,"СТР")
 "ГДЕ"Т0=5ю-3; Т1=5ю-3; Д1=1.001; Д2=5.01; Д3=10; М=1; К=5; Н=10; Р0=.95; Р1=.05; Р2=0; В0=2; В=1.5; W=.628; Т10=0; Т2=1.25; Т3=10"К"

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ
ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ
НА ЯЗЫКЕ «АЛМИР» ДЛЯ ЭЦВМ «МИР-1»**

В данный комплекс входят следующие программы.

Для определения КТИ, м.о. УЭР, оптимальной периодичности и выигрыша от оптимизации при решении прямых и обратных задач индивидуальных ПЗ элементов и ПО устройств без ограничений:

а) при постоянстве режима эксплуатации (гамма-распределение времени безотказной работы ($n=2$)) — О-ПЗ-Э и О-ПО-У;

б) при гармоническом изменении режима эксплуатации и кратных интенсивностях марковских моделей — О-ПЗ-Э-ГР и О-ПО-У-ГР.

Для вычисления оптимальных периодичности и продолжительности профилактики, а также оптимальной продолжительности аварийного ремонта при решении обратной задачи для гамма-распределения времени безотказной работы ($n=2$) с ограничениями в виде м. о. УЭР:

а) при индивидуальных ПЗ элементов — О-ПЗ-Э-ФО;

б) при индивидуальных ПО устройств — О-ПО-У-ФО.

Данные программы построены по формулам первой главы.

Для определения КТИ, м.о. УЭР, оптимальной периодичности и выигрыша от оптимизации при решении прямой и обратной задач:

а) групповых ПЗ элементов без ограничений — О-ГПЗ-Э;

б) групповых ПО устройств без ограничений — О-ГПО-У.

Программы составлены по аналитическим зависимостям четвертой главы.

Для вычисления оптимальных сроков КР изделий и минимальных эксплуатационных расходов при гамма-распределении времени безотказной работы ($n=2$) — О-КР-И.

Для уточнения интенсивностей постепенных отказов изделий с помощью метода скользящего среднего — У-ИПО.

Программы построены по аналитическим соотношениям пятой главы.

О-ПЗ-Э

""5.Ю."ВЫВ""ПР""10, [О-ПЗ-Э], "СТР"2; "ДЛ"Т = .2"Ш".2"ДО"3
 "ВЫП" ($P = (1 + P_0 \times T) \times \text{EXP}(-T)$; $F = \Theta \times (1 - P_0 + P_0 \times T) \times \text{EXP}(-T)$;
 $E = 1/\Theta \times ((1 + P_0) \times (1 - \text{EXP}(-T)) - P_0 \times T \times \text{EXP}(-T))$; $N = TP + (TP - TP) \times P$;
 $K = (TP - TP) \times F$; $D = (CP - CP) \times F$; $A = CP + (CP - CP) \times P$; $KTI = E/(E + N)$;
 $MC = A/E$; $FK = (P \times N - E \times K)/(E + N) \uparrow 2$; $FC = (E \times D - P \times A)/E \uparrow 2$;
 "ВЫВ"ПР"2,Т,"ПР"4,КТИ,"ПР"2,FK,"ПР"2,МС,"ПР"2,FC,"СТР")"ГДЕ" $P_0 = 1$; $TP = 1$; $TR = 4$; $\Theta = 1_{ю-4}$; $CP = 1$; $CP = 10"K"$

О-ПЗ-Э-ГР

""7.1."ВЫВ""ПР""10,[О-ПЗ-Э-ГР],"СТР"2; $B_0 = A_0 + A_1$; $B_1 = A_2 - A_0$;
 $B_2 = A_2 - B_0$; $Z_0 = C_0 + C_1 \times B_0$; $Z_1 = C_1 \times B_1/W$; $R_0 = B_0 \times Z_0$; $R_1 = B_0 \times Z_1$;
 $D_0 = A_2 \times Z_0$; $D_1 = A_2 \times Z_1$; $N_0 = (1 + R_1 \times (.5 \times R_1 - 1))/R_0$; $N_1 = .5 \times R_1 \uparrow 2 / (R_0 \uparrow 2 + 4 \times W \uparrow 2)$;
 $N_2 = R_1 \times (.5 \times R_1 - 1) / (R_0 \uparrow 2 + W \uparrow 2)$; $N_3 = (R_0 + 2 \times W \uparrow 2 / R_0) \times N_1 + N_0 - N_2 \times R_0$;
 $M_0 = (1 + D_1 \times (.5 \times D_1 - 1))/D_0$; $M_1 = .5 \times D_1 \uparrow 2 / (D_0 \uparrow 2 + 4 \times W \uparrow 2)$;
 $M_2 = D_1 \times (.5 \times D_1 - 1) / (D_0 \uparrow 2 + W \uparrow 2)$; $M_3 = (D_0 + 2 \times W \uparrow 2 / D_0) \times M_1 + M_0 - M_2 \times D_0$;
 "ДЛ"Т = Т1"Ш"Т2"ДО"Т3
 "ВЫП" ($Ч = W \times T$; $S = CO + C_1 \times (B_0 + B_1 \times \text{SIN}(Ч))$); $Q = Z_0 \times T + Z_1 \times (1 - \text{COS}(Ч))$;
 $P = 1/B_2 \times (B_1 \times \text{EXP}(-B_0 \times Q) - A_1 \times \text{EXP}(-A_2 \times Q))$;
 $F = 1/B_2 \times (B_0 \times B_1 \times \text{EXP}(-B_0 \times Q) - A_1 \times A_2 \times \text{EXP}(-A_2 \times Q)) \times S$;
 $E = 1/B_2 \times (B_1 \times N_3 - A_1 \times M_3 - B_1 \times (N_0 + N_1 \times (R_0 \times \text{COS}(Ч) \uparrow 2 - W \times \text{SIN}(2 \times Ч) + 2 \times W \uparrow 2 / R_0) - N_2 \times (R_0 \times \text{COS}(Ч) - W \times \text{SIN}(Ч))) \times \text{EXP}(-R_0 \times T) + A_1 \times (M_0 + M_1 \times (D_0 \times \text{COS}(Ч) \uparrow 2 - W \times \text{SIN}(2 \times Ч) + 2 \times W \uparrow 2 / D_0) - M_2 \times (D_0 \times \text{COS}(Ч) - W \times \text{SIN}(Ч))) \times \text{EXP}(-D_0 \times T))$;
 $N = TP + (TP - TP) \times P$; $K = (TP - TP) \times F$; $A = CP + (CP - CP) \times P$; $D = (CP - CP) \times F$; $KTI = E/(N + E)$;
 $MC = A/E$; $\text{Ю} = -(K \times E - P \times N)/(E + N) \uparrow 2$; $FC = (D \times E - P \times A)/E \uparrow 2$;
 "ВЫВ""ПР""4,Т,"СТР","ПР"4,КТИ,"ПР"4,Ю,"ПР"4,МС,"ПР"4,FC)"ГДЕ" $T_1 = 1250$; $T_2 = 1250$; $T_3 = 1_{ю5}$; $A_0 = 2_{ю-5}$; $A_1 = 5_{ю-5}$; $A_2 = 3_{ю-5}$;
 $CO = .4$; $C_1 = .03$; $B_0 = 20$; $B_1 = 15$; $W = 6.28_{ю-4}$; $TP = 1$; $TR = 1$; $CP = 40$;
 $CP = 2"K"$

О-ПЗ-Э-ФО

""8.Ю."ВЫВ""ПР""10, [О-ПЗ-Э-ФО], "СТР"2; "ДЛ"Т = .1"Ш".1"ДО"3
"ВЫП" ($H = 1 / (1 - 1 / ((1 + P_0 \times T - P_0) \times ((1 + P_0) \times (1 - \text{EXP}(-T)) - P_0 \times T \times \text{EXP}(-T))) / (1 + P_0 \times T) + (1 + P_0 \times T) \times \text{EXP}(-T))$); ТПК = $1 / \Theta \times ((1 + P_0) \times (1 - \text{EXP}(-T)) - P_0 \times T \times \text{EXP}(-T)) / (H - (H - 1) \times (1 + P_0 \times T) \times \text{EXP}(-T))$); ТРК = $H \times \text{ТПК}$; ТП = $\text{ТПК} \times (1 / \text{КД} - 1)$; ТР = $H \times \text{ТП}$; "ВЫВ"
"ПР"5,Т, "ПР"2,Н, "ПР"2,ТП, "ПР"2,ТР, "СТР") "ГДЕ"КД = $1 - 1_{\text{ю}} - 5$;
 $P_0 = 1$; $\Theta = 1_{\text{ю}} - 5$ "К"

О-ПО-У

""8.Ю."ВЫВ""ПР""10, [О-ПО-У], "СТР"2; "ДЛ"Т = .2"."Ш"ДО"15
"ВЫП" ($P = (1 + P_0 \times T) \times \text{EXP}(-T)$); ЛЛ = $\Theta \times (1 - P_0 + P_0 \times T) / (1 + P_0 \times T)$;
Т); Л = $T / \Theta \times \text{ЛЛ} + \text{ЛН}(P)$; L = $\text{ЛН}(P)$; КТИ = $(\text{СП} - \text{СР} \times L) \times \Theta / T$; МС =
 $T / \Theta / (T / \Theta + \text{ТП} - \text{ТР} \times L)$; FK = $(\text{ТП} - \text{ТР} \times L) / (T / \Theta + \text{ТП} - \text{ТР} \times L) \uparrow 2$); FC =
 $(\text{СР} \times L - \text{СП}) / (T / \Theta) \uparrow 2$; "ВЫВ""ПР"4,Т"ПР",2,КТИ,"ПР"2,FK,"ПР"2,
МС,"ПР"2,FC,"СТР") "ГДЕ" $P_0 = 1$; СП = 100; СР = 100; ТП = 10; ТР =
40; $\Theta = 1_{\text{ю}} - 3$ "К"

О-ПО-У-ГР

""8."ВЫВ"ПР""10, [О-ПО-У-ГР], "СТР"; "ДЛ"Т = .125"Ш".125"ДО"
1000"ВЫП""ВЫВ""ТАБЛ"1,Т,КТИ,МС,Л"ГДЕ"КТИ = $T / (T + \text{ТП} - \text{ТР} \times \text{ЛН}(P))$;
МС = $(\text{СПР} - \text{ЛН}(P)) / T$; L = $T \times \text{Л} + \text{ЛН}(P)$; P = $1 / B_2 \times (B_1 \times \text{EXP}(-B_0 \times Q) - A_1 \times \text{EXP}(-A_2 \times Q))$;
Л = $(B_0 \times B_1 - A_1 \times A_2 \times \text{EXP}(-B_2 \times Q)) / (B_1 - A_1 \times \text{EXP}(-B_2 \times Q)) \times S$; S = $C_0 + C_1 \times (B_0 + B_1 \times \text{SIN}(W \times T))$;
Q = $(C_0 + C_1 \times B_0) \times T + C_1 \times B_1 / W \times (1 - \text{COS}(W \times T))$; B2 = $A_2 - A_0 - A_1$;
B1 = $A_2 - A_0$; B0 = $A_0 + A_1$; A0 = .2; A1 = .5; A2 = 1.0; C0 = 1; C1 = .02;
B0 = 20; B1 = 15; W = 6.28; ТП = $1.5_{\text{ю}} - 3$; ТР = $2_{\text{ю}} - 3$; СПР = 1"К"

О-ПО-У-ФО

""7."ВЫВ""ПР""10, [О-ПО-У-ФО], "СТР"2; Ю."ДЛЯ"Т = .2"ШАГ"(2)
"ДО"(5)"ВЫПОЛНИТЬ"(Л = $-P_0 \times T / (1 + P_0 \times T) + \text{ЛН}(1 + P_0 \times T)$);
Z = $T \times (2 \times (1 + P_0 \times T) - P_0) / (1 + P_0 \times T) - \text{ЛН}(1 + P_0 \times T)$; Ф = $.705 \times \text{РП} \uparrow 3 \times Z / (\text{РП} \uparrow 2 \times \text{Л} \uparrow 4) - \text{СД}$; ТП = $1 / 1.125 \times \text{РП} / (\text{РП} \times \text{Л})$; ТР = $1.5 \times \text{РП} \times \text{ТП} \uparrow 2 / \text{РП}$; "ВЫВОД""ПРОБЕЛ"5,Т,"ПРОБЕЛ"2,Ф,"ПРОБЕЛ"2,ТП,
"ПРОБЕЛ"2,ТР,"СТРОКА") "ГДЕ" $P_0 = 1$; СД = $\text{СДН} \times \Theta$; $\Theta = 1_{\text{ю}} - 3$;
СДН = 100; РП = 100; РР = 1"КОНЕЦ"

О-ГПО-У

""7."ВЫВ""ПР""10, [О-ГПО-У], "СТР"2; "ДЛ"Т = 1"Ш"5"ДО"10_ю3
"ВЫП" ("ВЫВ""СТР"2,Т; "ДЛ"І = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП" ($A[I] = \Theta[I] \times T$;
L[I] = $-A[I] + \text{ЛН}(1 + P_0[I] \times A[I])$); B[I] = $\text{ТП}[I] - \text{ТР}[I] \times L[I]$;
M[I] = $T + B[I]$; Л[I] = $A[I] \times (1 - P_0[I] \times (1 - A[I])) / (1 + P_0[I] \times A[I]) + L[I]$;
B[I] = $\text{СП}[I] - \text{СР}[I] \times L[I]$; Я[I] = $(\text{ТР}[I] \times \text{Л}[I] - \text{ТП}[I]) / \text{М}[I] \uparrow 2$; КТИ[I] =
 $T / \text{М}[I]$; МС[I] = $B[I] / T$); "ВЫВ""МАСС"КТИ; "ВЫВ""МАСС"МС;
КТ = $\Pi(I = 1, \text{К}, \text{КТИ}[I])$; FK = $\text{КТИ}[I] \times \Pi(J = 2, \text{К}, \text{Я}[J]) + \Sigma(I = 2, \text{К},$

КТИ[1] × Π(J=1, I-1, Я[J]) × Π(J=I+1, K, Я[J]); MC = Σ(I=1, K, MC [I]); FC = Σ(I=1, K, CP [I] × Л[I] [-СП[1]]); "ВЫВ"КТ,"ПР"4,FK,"ПР"8, MC,"ПР"4,FC)"ГДЕ"К=2; P0[2] = .9,1; Э[2] = 1_ю-2,4_ю-2; ТП[2] = 10, 15; ТР[2] = 8,10; СП[2] = 10,15; CP [2] = 20,25; А[2]; L[2]; Б[2]; М[2]; Л[2]; В[2]; Я[2]; КТИ[2]; MC [2]"К"

О-ГПЗ-Э

""7."ВЫВ""ПР"10,[О-ГПЗ-Э],"СТР"2; "ДЛ"Т = 10"Ш"50"ДО"20_ю3 "ВЫП"("ВЫВ""СТР"2,Т; "ДЛ"Г = 1"Ш"1"ДО"К"ВЫП"(А[1]=Э[1] ×Т; S[1]=EXP(-А[1]); P[1]=(1+P0[1]×А[1]×S[1]; N[1]=ТР[1]+ (ТП[1]-ТР[1]×P[1]; E[1] = 1/Э[1] × ((1+P0[1]) × (1-S[1]) - P0[1] × А[1] × S[1]); F[1]=Э[1] × (1-P0[1] × (1-A[1])) × S[1]; K[1] = (ТР[1]-ТП[1]) × F[1]; Z[1]=CP [1]+ (СП[1]-CP [1]) × P[1]; Д[1] = (CP [1]-СП[1]) × F[1]; Ю[1]=(K[1] × E[1] - P[1] × N[1]) / (E[1] + N[1]) ↑2; КТИ[1]=E[1]/(N[1]+ E[1]; MC [1]=Z[1]/E[1]; "ВЫВ""МАСС"КТИ; "ВЫВ""МАСС"МС; КТИ=Π(I=1, K, КТИ[1]; MC = Σ(I=1, K, MC [I]); FK = КТИ[1] × Π(J= 2, K, Ю[J]) + Σ(I = 2, K, КТИ[1] × Π(J = 1, I-1, Ю[J]) × Π(J=I+1, K, Ю [J])); FC = Σ(I=1, K, (Д[1] × E[1] - P[1] × Z[1]) / E[1] ↑2); "ВЫВ"КТИ, "ПР"4,FK,"ПР"8,MC,"ПР"4,FC)"ГДЕ"К=2; Э[2] = 1_ю-3,3_ю-3; P0[2] = .9,95; СП[2] = 1,1,5; CP [2] = 10,20; ТП[2] = .5,75; ТР[2] = 5,10; А[2]; S[2]; P[2]; N[2]; E[2]; F[2]; K[2]; Z[2]; Д[2]; Ю[2]; КТИ[2]; MC [2]"К"

О-КР-И

""6.Ю."ВЫВ""ПР"8,[О-КР-И],"СТР"2; T10 = (2 × КА / Э ↑2) ↑(1/3); Ф. Z10 = T10 × Э; T1 = (P0 × Z10 ↑3 + .5 × (1-P0) × Z10 ↑2 + Э × КА) / (Э × Z10 × (1.5 × P0 × Z10 + 1-P0)); S = ABS((T1-T10)/T1); "ВЫВ""ПР"4,T10; T10=T1; "ЕС" > S1"ТО"("НА"Ф); "ВЫВ""СТР","ПР"4,T1; 10=0; ТК0=0; ТК1=T1; K=0; SS.K=K+1; ТК=ТК1-КА + ((1+P0×Э× ТК0) × EXP((ТК1-ТК0) × Э) - (1 + P0 × Э × ТК1)) / ((1-P0+P0×Э× ТК1) × Э); I = ((C1 × K × (1+P0×Э×ТК0) + C2 × (1-P0) × (ТК1-1/Э × (Э×ТК0+1)) + C2 × P0 × (ТК1 × (Э×ТК0+1) - 1/Э × (Э ↑2 × ТК0 ↑2 + 2 × Э × ТК0 + 2))) × EXP(-Э×ТК0) - (C1 × K × (1+P0×Э×ТК1) + C2 × (1-P0) × (ТК1-1/Э × (Э×ТК1+1)) + C2 × P0 × (ТК1 × (Э × ТК1+1) - 1/Э × (Э ↑2 × ТК1 ↑2 + 2 × Э × ТК1 + 2))) × EXP(-Э×ТК1)); ТК0=ТК1; ТК1= ТК; I=10+I; 10=I; "ВЫВ""СТР", "ПР"4,К,"ПР"3,ТК0,"ПР"4,10; "ЕС"К < N"ТО"("НА"SS)"ГДЕ"КА=C1/C2; Э=1_ю-3; C1=20; C2=40; N=10; P0=.9; S1=1_ю-3"К"

У-ИПО

""5."ВЫВ""ПР"4,[У-ИПО],"СТР"; C=N-1; МХ=1/С×Σ(K=1,С,Х [K]) + X[N]/N; МТ=1/С×Σ(K=1,С,Т[K]) + T[N]/N; М2Т=1/С×Σ(K= 1,С,Т[K] ↑2) + T[N] ↑2/N; МХТ=1/С×Σ(K=1,С,Х[K] × Т[K]) + X[N] × T[N]/N; А = (МХТ-МХ×МТ)/(М2Т-МТ ↑2); ТЭ=2×А/(МТ×А-ХКР- МХ); "ВЫВ""ПР"4,А,"ПР"2,ТЭ"ГДЕ"N=4; ХКР=.8; Х[4] = 1,95,91, .87; Т[4] = 0,2,5,8"К"

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатов В. А., Маньшин Г. Г. Марковская аппроксимация и анализ качества изделий. Изв. АН БССР, сер. ФТН, № 3. Минск, 1970.
2. Игнатов В. А. Оптимизация обслуживания радиоэлектронных устройств. Киев, «Техника», 1969.
3. Игнатов В. А. О времени жизни элементов при взаимосвязанном появлении внезапных и постепенных отказов, вып. 4. В сб. «Теоретическая электротехника». Львов, Изд-во ЛГУ, 1967.
4. Игнатов В. А. О характеристиках случайного процесса обслуживания радиоэлектронных устройств. М., «Радиотехника», 1971, № 3.
5. Игнатов В. А. Оценка надежности элементов вычислительных устройств, вып. 6. В сб. «Механизация и автоматизация управления». Киев, Изд-во УкрНИИТИ, 1967.
6. Игнатов В. А., Маньшин Г. Г. Условия существования и характеристики оптимального профилактического обслуживания технических изделий. Изв. АН БССР, сер. ФТН. Минск, 1971, № 2.
7. Игнатов В. А. Определение оптимальной периодичности проведения профилактического обслуживания, вып. 3. В сб. «Методы определения эксплуатационной надежности авиационного радиооборудования». Киев, Изд-во КИИГА, 1968.
8. Игнатов В. А. Оптимизация качества радиоэлектронной аппаратуры по экономическому критерию, вып. 5. В сб. «Вопросы авиационной радиотехники». Киев, Изд-во КИИГА, 1969.
9. Игнатов В. А. Оценка надежности устройств в условиях неопределенности, вып. 1. В сб. «Надежность в приборостроении и радиоэлектронике». Киев, Изд-во ДНТП, 1971.
10. Игнатов В. А. К вопросу об эффективности информационных систем с учетом их надежности, вып. 4. В сб. «Вопросы авиационной радиотехники». Киев, Изд-во КИИГА, 1968.
11. Игнатов В. А., Маньшин Г. Г. Метод оценки и оптимизация качества функционирования радиоэлектронных устройств, вып. 3. В сб. «Новые методы автоматки, телемеханики и вычислительной техники». Минск, Изд-во МРТИ, 1969.
12. Игнатов В. А., Маньшин Г. Г., Трайнев В. А. Статистическая оптимизация качества функционирования электронных систем. М., «Энергия», 1974.
13. Игнатов В. А., Маньшин Г. Г. Условия существования оптимальной профилактики технических изделий. ДАН БССР, вып. 4. Минск, 1970.

14. Андронов А. М. Об оптимальном дискретном регламенте обслуживания группы агрегатов. «Автоматика и вычислительная техника», 1968, № 3.

15. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М., «Сов. радио», 1969.

16. Дружинин Г. В. Надежность систем автоматики. М., «Энергия», 1967.

17. Ллойд Д., Липов М. Надежность. М., «Сов. радио», 1964.

18. Васильев Б. В. и др. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. М., «Сов. радио», 1964.

19. Сандлер Дж. Техника надежности систем. М., «Наука», 1966.

20. Игнатов В. А., Костановский В. В., Киктенко Ю. М., Петрашевский О. Л. Вероятностный анализ РС генератора, вып. 6. В сб. «Вопросы авиационной радиотехники». Киев, Изд-во КИИГА, 1971.

21. Маньшин Г. Г., Игнатов В. А., Костановский В. В. Влияние случайной вариации параметров процессов на режимы обслуживания технических систем. ДАН БССР, № 10, 1971.

22. Маньшин Г. Г., Игнатов В. А., Костановский В. В. Оптимизация обслуживания изделий с учетом послепрофилактических отказов. Изв. АН БССР, сер. ФТН. Минск, 1971, № 4.

23. Маньшин Г. Г., Игнатов В. А., Костановский В. В. Оптимальная периодичность обслуживания изделий с учетом последствий профилактик. Изв. АН БССР, сер. ФТН. Минск, 1972, № 1.

24. Игнатов В. А., Костановский В. В. Надежность элементов, функционирующих в динамических случайных режимах, вып. 4. В сб. «Методы определения эксплуатационной надежности авиационного радиоборудования». Киев, Изд-во КИИГА, 1972.

25. Киктенко Б. М., Костановский В. В. Некоторые особенности основных разложений плотностей распределения в ряд по ортогональным полиномам, вып. 5. В сб. «Методы определения эксплуатационной надежности авиационного радиоборудования». Киев, Изд-во КИИГА, 1973.

26. Игнатов В. А., Костановский В. В., Маньшин Г. Г. Прогнозирование оптимального технического обслуживания. Изв. АН БССР, сер. ФТН. Минск, 1973 № 1.

27. Герцбах И. Б. Модели профилактики. М., «Сов. радио», 1969.

28. Герцбах И. Б., Кордонский Х. Б. Модели отказов. М., «Сов. радио», 1966.

29. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965.

30. Коновалов Е. Г., Маньшин Г. Г. Оптимальная профилактика и надежность электронных систем в отечественной и зарубежной практике. М., Изд-во ЦНИИТЭИП, 1970.

31. Маньшин Г. Г. Об оптимальной профилактике электронных систем. В сб. «Вычислительная техника в машиностроении». Минск, 1969, № 14.

32. Надежность в технике. Термины, ГОСТ 13377-67. М., «Стандарты», 1968.

33. Новиков В. С. Техническая эксплуатация и надежность авиационного радиоборудования. М., «Транспорт», 1970.

34. Райкин А. Л. Элементы теории надежности при проектировании технических систем. М., «Сов. радио», 1967.

35. Ушаков И. А. Оптимальные задачи надежности. М., «Стандарты», 1968.

36. Консон А. С. Экономика приборостроения. М., «Высшая школа», 1970.

37. Крылов В. И., Шульгина Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. М., «Наука», 1966.

38. Половко А. М. Основы теории надежности. М., «Наука», 1964.

39. Растрингн Л. А. Статистические методы поиска. М., «Наука», 1968.

40. Чернецкий В. И. Анализ точности нелинейных систем управления. М., «Машиностроение», 1968.

41. Барзилович Е. Ю., Каштанов В. А. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. М., «Сов. радио», 1971.

42. Астафьев А. А. Окружающая среда и надежность радиотехнической аппаратуры. М., «Энергия», 1965.

43. Тальянкер Л. Е. Методы оптимизации профилактики сложных систем. М., «Знание», 1972.

44. Пролейко В. М., Чекмарев А. А. Качество, надежность и долговечность электронных приборов. М., «Энергия», 1972.

45. Шишенок Н. А. и др. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., «Сов. радио», 1964.

46. Вентцель Е. С. Исследование операций. М., «Сов. радио», 1972.

47. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М., «Мир», 1969.

48. Демидович Б. П. и др. Численные методы анализа. М., «Наука», 1967.

49. Теория надежности и массовое обслуживание. М., «Наука», 1969.

50. Быкадоров А. К. и др. Основы эксплуатации радиоэлектронной аппаратуры. М., «Высшая школа», 1968.

51. Широков А. М. Основы надежности и эксплуатации электронной аппаратуры. Минск, «Наука и техника», 1965.

52. Мищенко В. А. Метод селекционирующих функций в нелинейных задачах контроля и управления. М., «Сов. радио», 1973.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Характеристика, особенности и общая классификация задач оптимизации обслуживания в зависимости от фактического состояния технических изделий	7
1.1. Характеристика задач технического обслуживания изделий	7
1.2. Особенности задач анализа надежности и технического обслуживания изделий	9
1.3. Вопросы выбора определяющих параметров изделий и получения исходных статистических данных	10
1.4. Особенности задач оптимизации ТО в зависимости от фактического состояния изделий	11
1.5. Общая классификация задач оптимизации ТО изделий в зависимости от их фактического состояния	12
Глава 2. Вероятностный анализ надежности элементов и устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах	15
2.1. Постановка задач главы	15
2.2. Модели режимов эксплуатации и интенсивностей марковских процессов	17
2.3. Модели надежности элементов и необслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах	20
2.4. Модели надежности устройств с послепрофилактическими отказами, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах	33
2.5. Модели надежности обслуживаемых устройств, эксплуатируемых в случайных нестационарных режимах	39
2.6. Выводы	45
Глава 3. Оптимизация профилактических замен (ПЗ) однотипных элементов и профилактического обслуживания (ПО) однотипных устройств	48
3.1. Классификация прямых и обратных задач оптимизации ПЗ однотипных элементов и ПО однотипных устройств	48
3.2. Оптимизация ПЗ однотипных элементов без ограничений	54
	189

3.3. Оптимизация ПЗ однотипных элементов при ограничении в виде функционала	69
3.4. Оптимизация ПЗ однотипных элементов при комплексе ограничений — по управляемым переменным и в виде функционала	76
3.5. Оптимизация ПО однотипных устройств без ограничений	82
3.6. Оптимизация ПО однотипных устройств при ограничении в виде функционала	92
3.7. Оптимизация ПО однотипных устройств при комплексе ограничений — по управляемым переменным и в виде функционала	97
3.8. Оптимизация ПО однотипных устройств с учетом послепрофилактических отказов	101
3.9. Оптимизация ПО дублированных устройств	107
3.10. Выводы	109
Глава 4. Оптимизация групповых профилактических замен разнотипных элементов и профилактического обслуживания разнотипных устройств	112
4.1. Классификация прямых и обратных задач оптимизации групповых ПЗ разнотипных элементов и ПО разнотипных устройств	112
4.2. Оптимизация групповой ПЗ разнотипных элементов без ограничений	115
4.3. Оптимизация групповой ПЗ разнотипных элементов с ограничениями	121
4.4. Оптимизация группового ПО разнотипных устройств без ограничений	124
4.5. Оптимизация группового ПО разнотипных устройств с ограничениями	127
4.6. Выводы	129
Глава 5. Оптимальный адаптивный регламент технического обслуживания изделий (система оптимального ТО в зависимости от фактического состояния)	130
5.1. Постановка задач главы	130
5.2. Адаптивный подход к оптимизации регламента	130
5.3. Оптимальный контроль работоспособности	133
5.4. Алгоритм построения оптимального адаптивного регламента ТО изделий	136
5.5. Выводы	140
Глава 6. Оптимизация технического обслуживания типового радиосвязного передатчика в зависимости от его фактического состояния	142
6.1. Постановка задач главы	142
6.2. Оптимизация индивидуальных ПЗ радиоламп передатчика	143
6.3. Оптимизация групповой ПЗ радиоламп передатчика	146
6.4. Оптимизация контроля работоспособности радиоламп передатчика	149

6.5. Построение оптимального адаптивного регламента технического обслуживания передатчика	152
6.6. Оптимизация ТО передатчика при нагруженном дублировании	155
6.7. Выводы	156
Заключение	158
Приложение 1. Приближенное определение моментов и законов распределения функций нескольких случайных величин	162
Приложение 2. Коэффициенты $\xi_i, R_{ki}, N_{ki}, N_i, M_i$	169
Приложение 3. Комплекс программ для приближенного определения моментов и закона распределения функции нескольких случайных величин на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1»	173
Приложение 4. Комплекс программ для вероятностного анализа надежности элементов и устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1»	176
Приложение 5. Комплекс программ для оптимизации технического обслуживания изделий на языке «АЛМИР» для ЭЦВМ «Мир-1»	182
Литература	186

Игнатов В. А. и др.

И 26 Элементы теории оптимального обслуживания технических изделий. Под общ. ред. Е. Г. Коновалова. Мн., «Наука и техника», 1974 г.

192 с. с ил.

Перед загл. авт.: В. А. Игнатов, Г. Г. Маньшин, В. В. Костановский.

В книге рассматривается оптимальное обслуживание технических изделий в зависимости от их фактического состояния; анализ надежности элементов устройств, эксплуатируемых в случайных стационарных и нестационарных режимах, составление оптимального регламента технического обслуживания систем, адаптивного к их фактическому состоянию.— Список лит. с. 186—188 (52 назв.).

6П5.2

*Владимир Алексеевич Игнатов
Геральд Григорьевич Маньшин
Валерий Викторович Костановский*

**ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ
ОПТИМАЛЬНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
ТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ**

Редактор *Н. А. Гурова*
Художник *Н. В. Стас*
Художественный редактор *В. В. Саеченко*
Технический редактор *Т. В. Летьен*
Корректоры *В. И. Борисова, А. А. Расолько*

Печатается по постановлению РИСО АН БССР. АТ 03086. Сдано в набор 5.II-74 г. Подписано в печать 16.V-74 г. Бум. тип. № 2. Формат 84×108¹/₃₂. Печ. л. 6,0. Усл.-печ. л. 10,0. Уч.-изд. л. 8,1. Изд. зак. 49. Тип. зак. 209. Тираж 1800 экз. Цена 97 коп. Издательство «Наука и техника». Минск, Ленинский проспект, 68. Типография имени Франциска (Георгия) Скорины издательства «Наука и техника» АН БССР и Госкомитета СМ БССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Минск, Ленинский проспект, 68.

97 К.

14
28211